

**Алгоритмические
трюки
для
программистов**

ИСПРАВЛЕННОЕ ИЗДАНИЕ

Hacker's Delight

Henry S. Warren, Jr.



ADDISON-WESLEY

Boston ♦ San Francisco ♦ New York ♦ Toronto ♦ Montreal
London ♦ Munich ♦ Paris ♦ Madrid
Capetown ♦ Sydney ♦ Tokyo ♦ Singapore ♦ Mexico City

Алгоритмические трюки для программистов

ИСПРАВЛЕННОЕ ИЗДАНИЕ

Генри Уоррен, мл.



Издательский дом “Вильямс”
Москва ♦ Санкт-Петербург ♦ Киев
2007

ББК 32.973.26-018.2.75

У64

УДК 681.3.07

Издательский дом “Вильямс”

Зав. редакцией *С.Н. Тригуб*

Перевод с английского канд. техн наук *И.В. Красикова, Г.И. Сингаевской*

Под редакцией канд. техн наук *И.В. Красикова*

По общим вопросам обращайтесь в Издательский дом “Вильямс” по адресу:

info@williamspublishing.com, <http://www.williamspublishing.com>

115419, Москва, а/я 783; 03150, Киев, а/я 152

Уоррен, Генри, С.

У64 Алгоритмические трюки для программистов. : Пер. с англ. — М. : Издательский дом “Вильямс”, 2007. — 288с. : ил. — Парал. тит. англ.

ISBN 978-5-8459-0572-7 (рус.)

В этой книге слову “хакер” возвращено его первоначальное значение — человека увлеченного, талантливого программиста, способного к созданию чрезвычайно эффективного и элегантного кода. В книге воплощен сорокалетний стаж ее автора в области разработки компиляторов и архитектуры компьютеров. Здесь вы найдете множество приемов для работы с отдельными битами, байтами, вычисления различных целочисленных функций; большей части материала сопутствует строгое математическое обоснование. Каким бы не был ваш профессионализм — вы обязательно найдете в этой книге новое для себя; кроме того, книга заставит вас посмотреть на уже знакомые вещи с новой стороны. Не в меньшей степени эта книга пригодится и начинающему программисту, который может просто воспользоваться готовыми советами из книги, применяя их в своей повседневной практике.

ББК 32.973.26-018.2.75

Все названия программных продуктов являются зарегистрированными торговыми марками соответствующих фирм.

Никакая часть настоящего издания ни в каких целях не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами, будь то электронные или механические, включая фотокопирование и запись на магнитный носитель, если на это нет письменного разрешения издательства Addison-Wesley Publishing Company, Inc.

Authorized translation from the English language edition published by Addison-Wesley Publishing Company, Inc. Copyright © 2002

All rights reserved. No part of this book may be reproduced or transmitted in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying, recording or by any information storage retrieval system, without permission from the Publisher.

Russian language edition published by Williams Publishing House according to the Agreement with R&I Enterprises International, Copyright © 2007

ISBN 978-5-8459-0572-7 (рус.)

ISBN 0-201-91465-4 (англ.)

© Издательский дом “Вильямс”, 2007

© Addison-Wesley Publishing Company, Inc, 2002

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	10
Вступление	12
ГЛАВА 1. Введение	15
ГЛАВА 2. Основы	25
ГЛАВА 3. Округление к степени 2	57
ГЛАВА 4. Арифметические границы	63
ГЛАВА 5. Подсчет битов	75
ГЛАВА 6. Поиск в слове	99
ГЛАВА 7. Перестановка битов и байтов	107
ГЛАВА 8. Умножение	131
ГЛАВА 9. Целочисленное деление	139
ГЛАВА 10. Целое деление на константы	155
ГЛАВА 11. Некоторые элементарные функции	197
ГЛАВА 12. Системы счисления с необычными основаниями	215
ГЛАВА 13. Код Грея	227
ГЛАВА 14. Кривая Гильберта	233
ГЛАВА 15. Числа с плавающей точкой	251
ГЛАВА 16. Формулы для простых чисел	261
ПРИЛОЖЕНИЕ А. Арифметические таблицы для 4-битовой машины	273
ПРИЛОЖЕНИЕ Б. Метод Ньютона	277
Источники информации	279
Предметный указатель	283

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	10
Вступление	12
Благодарности	13
ГЛАВА 1. Введение	15
1.1. Система обозначений	15
1.2. Система команд и модель оценки времени выполнения команд	18
ГЛАВА 2. Основы	25
2.1. Манипуляции с младшими битами	25
2.2. Сложение и логические операции	28
2.3. Неравенства с логическими и арифметическими выражениями	30
2.4. Абсолютное значение	31
2.5. Распространение знака	31
2.6. Знаковый сдвиг вправо на основе беззнакового сдвига	32
2.7. Функция <i>sign</i>	32
2.8. Трехзначная функция сравнения	33
2.9. Перенос знака	33
2.10. Декодирование поля “0 означает 2**n”	34
2.11. Предикаты сравнения	34
2.12. Обнаружение переполнения	39
2.13. Флаги условий после сложения, вычитания и умножения	45
2.14. Циклический сдвиг	46
2.15. Сложение/вычитание двойных слов	47
2.16. Сдвиг двойного слова	47
2.17. Сложение, вычитание и абсолютное значение многобайтовых величин	48
2.18. Функции Doz, Max, Min	50
2.19. Обмен содержимого регистров	51
2.20. Выбор среди двух или большего количества значений	53
ГЛАВА 3. Округление к степени 2	57
3.1. Округление к кратному степени 2	57
3.2. Округление к ближайшей степени 2	58
3.3. Проверка пересечения границы степени 2	60
ГЛАВА 4. Арифметические границы	63
4.1. Проверка границ целых чисел	63
4.2. Определение границ суммы и разности	65
4.3. Определение границ логических выражений	68
ГЛАВА 5. Подсчет битов	75
5.1. Подсчет единичных битов	75
5.2. Четность	83
5.3. Подсчет ведущих нулевых битов	86
5.4. Подсчет завершающих нулевых битов	92
ГЛАВА 6. Поиск в слове	99
6.1. Поиск первого нулевого байта	99
6.2. Поиск строки единичных битов заданной длины	104

ГЛАВА 7. Перестановка битов и байтов	107
7.1. Реверс битов и байтов	107
7.2. Перемешивание битов	111
7.3. Транспонирование битовой матрицы	113
7.4. Сжатие, или обобщенное извлечение	121
7.5. Обобщенные перестановки	126
7.6. Перегруппировки и преобразования индексов	129
ГЛАВА 8. Умножение	131
8.1. Умножение больших чисел	131
8.2. Старшее слово 64-битового умножения	133
8.3. Преобразование знакового и беззнакового произведений	134
8.4. Умножение на константу	135
ГЛАВА 9. Целочисленное деление	139
9.1. Предварительные сведения	139
9.2. Деление больших чисел	142
9.3. Беззнаковое короткое деление на основе знакового	146
9.4. Беззнаковое длинное деление	149
ГЛАВА 10. Целое деление на константы	155
10.1. Знаковое деление на известную степень 2	155
10.2. Знаковый остаток от деления на степень 2	156
10.3. Знаковое деление и вычисление остатка для других случаев	157
10.4. Знаковое деление на делитель, не меньший 2	160
10.5. Знаковое деление на делитель, не превышающий -2	166
10.6. Встраивание в компилятор	169
10.7. Дополнительные вопросы	171
10.8. Беззнаковое деление	175
10.9. Беззнаковое деление на делитель, не меньший 1	177
10.10. Встраивание в компилятор при беззнаковом делении	180
10.11. Дополнительные вопросы (беззнаковое деление)	181
10.12. Применение к модульному делению и делению с округлением к меньшему значению	184
10.13. Другие похожие методы	184
10.14. Некоторые магические числа	186
10.15. Точное деление на константу	186
10.16. Проверка нулевого остатка при делении на константу	193
ГЛАВА 11. Некоторые элементарные функции	197
11.1. Целочисленный квадратный корень	197
11.2. Целочисленный кубический корень	204
11.3. Целочисленное возведение в степень	205
11.4. Целочисленный логарифм	207
ГЛАВА 12. Системы счисления с необычными основаниями	215
12.1. Основание -2	215
12.2. Основание $-1+i$	221
12.3. Другие системы счисления	223
12.4. Какое основание наиболее эффективно	224
ГЛАВА 13. Код Грея	227
13.1. Построение кода Грея	227
13.2. Увеличение чисел кода Грея	229
13.3. Отрицательно-двоичный код Грея	230
13.4. Краткая история и применение	230

ГЛАВА 14. Кривая Гильберта	233
14.1. Рекурсивный алгоритм построения кривой Гильберта	235
14.2. Преобразование расстояния вдоль кривой Гильберта в координаты	237
14.3. Преобразование координат в расстояние вдоль кривой Гильберта	243
14.4. Увеличение координат кривой Гильберта	245
14.5. Нерекурсивный алгоритм генерации кривой Гильберта	248
14.6. Другие кривые, заполняющие пространство	248
14.7. Применение	249
ГЛАВА 15. Числа с плавающей точкой	251
15.1. Формат IEEE	251
15.2. Сравнение чисел с плавающей точкой с использованием целых операций	254
15.3. Распределение ведущих цифр	255
15.4. Таблица различных значений	257
ГЛАВА 16. Формулы для простых чисел	261
16.1. Введение	261
16.2. Формулы Вилланса	263
16.3. Формула Вормелла	266
16.4. Формулы для других сложных функций	267
ПРИЛОЖЕНИЕ А. Арифметические таблицы для 4-битовой машины	273
ПРИЛОЖЕНИЕ Б. Метод Ньютона	277
Источники информации	279
Предметный указатель	283

*Джозефу У. Гауду (Joseph W. Gaud),
моему школьному учителю алгебры,
который зажег во мне пламя
восхищения математикой*

ПРЕДИСЛОВИЕ

Около 30 лет назад, во время первой летней практики, мне посчастливилось участвовать в проекте MAC в Массачусетском технологическом институте. Тогда я впервые смог поработать на компьютере DEC PDP-10, который в то время предоставлял более широкие возможности при программировании на ассемблере, чем любой другой компьютер. Этот процессор имел большой набор команд для выполнения операций с отдельными битами, их тестирования, маскирования, для работы с полями и целыми числами. Несмотря на то что PDP-10 давно снят с производства, до сих пор есть энтузиасты, работающие на этих машинах либо на их программных эмуляторах. Некоторые из них даже пишут новые приложения; по крайней мере в настоящее время есть, как минимум, один Web-узел, поддерживаемый эмулированным PDP-10. (Не смейтесь — поддержка такого узла ни в чем не уступает поддержке антикварного автомобиля “на ходу”.)

Тем же летом 1972 года я увлекся чтением серии отчетов по новым исследованиям, публиковавшихся в институте под общим названием НАКМЕМ — довольно странный и эклектичный сборник разнообразных технических мелочей¹. Тематика статей могла быть любой: от электронных схем до теории чисел; но больше всего меня заинтриговал небольшой раздел, в котором публиковались программистские хитрости. Практически в каждой статье этого раздела содержалось описание некоторой (зачастую необычной) операции над целыми числами или битовыми строками (например, подсчет единичных битов в слове), которую можно было легко реализовать в виде длинной последовательности машинных команд либо цикла, а затем обсуждалось, как можно сделать это же, используя только четыре, три или две тщательно подобранные команды, взаимодействие между которыми становилось очевидным только после соответствующих объяснений или самостоятельных исследований. Я изучал эти маленькие программные самородки с тем же наслаждением, с которым другие пьют пиво или едят сладости. Я просто не мог остановиться. Каждая такая программа оказывалась для меня находкой, в каждой из них была интеллектуальная глубина, эlegantность и даже своеобразная поэзия.

“Наверняка, — думал я тогда, — таких программ должно быть намного больше. Должна же где-то быть книга, посвященная таким штукам”.

Книга, которую вы держите в руках, потрясла меня. Автор систематически, на протяжении многих лет собирал такие программные перлы, а теперь свел их воедино, тематически организовал и снабдил каждый четким и подробным описанием. Многие из них можно записать в машинных командах, но книга полезна не только для тех, кто пишет программы на ассемблере. Главная тема книги — рассмотреть базовые структурные отношения среди целых чисел и битовых строк и эффективные приемы реализации операций над ними. Рассмотренные в книге методы столь же полезны и практичны при программировании на языках высокого уровня, например C или Java, как и на языке ассемблера.

Во многих книгах по алгоритмам и структурам данных описаны сложные методы сортировки и поиска, поддержания хэш-таблиц и двоичных деревьев, работы с записями и указателями. Здесь же рассматривается, что можно сделать с очень крошечной частью

¹ Почему НАКМЕМ? Сокращение от *hacks memo*; одно 36-битовое PDP-10 слово может содержать шесть 6-битовых символов, поэтому многие имена PDP-10, с которыми тогда работали программисты, были ограничены шестью символами. Аббревиатуры из шести символов широко использовались для сокращенных названий, иногда ими пользовались просто для удобства. Поэтому название сборника НАКМЕМ имело ясный смысл для специалистов, по крайней мере в то время.

данных — битами и массивами битов. Поразительно, сколько всего можно сделать, используя только операции двоичного сложения и вычитания вместе с некоторыми поразрядными операциями. Операции с переносом позволяют одному биту воздействовать на все биты, находящиеся слева от него, что делает сложение особенно мощной операцией при работе с данными способами, не получившими широкого распространения.

Сейчас у вас в руках книга именно о таких методах. Если вы работаете над оптимизирующим компилятором или просто создаете высокопроизводительный код, вам просто необходимо прочитать эту книгу. Возможно, в своей повседневной работе вы не часто будете использовать изложенные здесь приемы, но, если вам потребуется организовать цикл по всем битам слова, ускорить работу с отдельными битами во внутреннем цикле или вы просто столкнетесь с ситуацией, когда код получается слишком сложным, загляните в эту книгу — я уверен, вы найдете в ней помощь в решении стоящей перед вами проблемы. В любом случае чтение этой книги доставит вам огромное удовольствие.

Гай Л. Стил, мл. (Guy L. Steele, Jr.)
Берлингтон, Массачусетс
Апрель 2002

ВСТУПЛЕНИЕ

Caveat emptor²: стоимость сопровождения программного обеспечения пропорциональна квадрату творческих способностей программиста.

(Первый закон творческого программирования,
Роберт Д. Блисс (Robert D. Bliss), 1992)

Перед вами сборник программных приемов, которые я собирал много лет. Большинство из них работают только на компьютерах, в которых целые числа представлены в дополнительном коде. Хотя в данной книге речь идет о 32-битовых машинах с соответствующей длиной регистра, большую часть представленных здесь алгоритмов легко перенести на машины с другими размерами регистров.

В этой книге не рассматриваются сложные вопросы наподобие методов сортировки или оптимизации компилируемого кода. Основное внимание уделено приемам работы с отдельными машинными словами или командами, например подсчету количества единичных битов в заданном слове. В подобных приемах часто используется смесь арифметических и логических команд.

Предполагается, что прерывания, связанные с переполнением целых чисел, замаскированы и произойти не могут. Программы на C, Fortran и даже Java работают в таком окружении, но программистам на Pascal и ADA следует быть осторожными!

Представление материала в книге неформальное. Доказательства приводятся только в том случае, если алгоритм неочевиден, а иногда не приводятся вообще. Все методы используют компьютерную арифметику, базовые функции, комбинации арифметических и логических операций и др., а доказательства теорем в этой предметной области часто сложны и громоздки.

Чтобы свести к минимуму количество типографских ошибок и опечаток, многие алгоритмы реализованы на языке программирования высокого уровня, в качестве которого используется C. Это обусловлено его распространенностью и тем, что он позволяет непосредственно комбинировать операции с целыми числами и битовыми строками; кроме того, компилятор языка C генерирует объектный код высокого качества.

Ряд алгоритмов написан на машинном языке. В книге применяется трехадресный формат команд, главным образом для повышения удобочитаемости. Использован язык ассемблера для некой абстрактной машины, которая является представителем современных RISC-компьютеров.

Отсутствие ветвлений в программе всячески приветствуется. Это связано с тем, что на многих машинах наличие ветвлений замедляет выборку команд и блокирует их параллельное выполнение. Кроме того, наличие ветвлений может препятствовать выполнению оптимизации компилятором. Оптимизирующий компилятор более эффективно работает с несколькими большими блоками кода, чем с множеством небольших.

Крайне желательно использовать малые величины при непосредственном задании операнда, сравнение с 0 (а не с другими числами) и параллелизм на уровне команд. Хотя программу

² Caveat emptor (лат.) – да будет осмотрителен покупатель.

часто можно значительно сократить за счет использования поиска в таблице, этот метод не слишком распространен. Дело в том, что по сравнению с выполнением арифметических команд загрузка данных из памяти занимает намного больше времени, а методы поиска в таблице зачастую не представляют большого интереса (хотя и весьма практичны).

Напоследок мне хотелось бы напомнить исходное значение слова хакер³. Хакер — это страстный любитель компьютеров, он создает что-то новое, переделывает или совершенствует то, что уже есть. Хакер очень хорошо разбирается в том, что делает, хотя часто не является профессиональным программистом или разработчиком. Обычно хакер пишет программы не ради выгоды, а ради собственного удовольствия. Такая программа может оказаться полезной, а может остаться всего лишь игрой интеллекта. Например, хакер может написать программу, которая во время выполнения выводит точную копию себя самой⁴. Таких людей называют хакерами, и эта книга написана именно для них, а не для тех, кто хочет получить совет о том, как взломать что-либо в компьютере.

Благодарности

Прежде всего я хочу поблагодарить Брюса Шрайвера (Bruce Shriver) и Денниса Аллисона (Dennis Allison), оказавших мне помощь в опубликовании книги. Я признателен коллегам из IBM, многие из которых упомянуты в библиографии. Особой благодарности достоин Мартин Хопкинс (Martin E. Hopkins) из IBM, которого по праву можно назвать “мистер Компьютер”. Этот человек неудержим в своем стремлении подсчитать в программе каждый такт, и многие его идеи нашли отражение в этой книге. Благодарю также обозревателей из Addison-Wesley, которые значительно улучшили мою книгу. Со многими из них я не знаком, но не могу не упомянуть выдающийся 50-страничный обзор одного из них, Гая Л. Стила, мл. (Guy L. Steele, Jr.), где, в частности, затронуты вопросы перемешивания битов, обобщенного упорядочения и многие другие, которые обязательно войдут во второе издание книги (©). Ряд предложенных им алгоритмов использован в данной книге. Помогла мне и его пунктуальность. Например, я ошибочно написал, что шестнадцатеричное число 0xAAAAAAAA можно разложить на множители 2·3·17·257·65537; Гай указал, что 3 необходимо заменить на 5. Он не упустил ни одной из подобных мелочей и намного улучшил стиль изложения материала. Кроме того, весь материал, связанный с методом “параллельного префикса”, появился в книге исключительно благодаря Гаю.

Г.С. Уоррен мл. (H.S. Warren, Jr.)
Йорктаун, Нью-Йорк
Февраль 2002

³ В последнее время “хакерами” часто называют тех, кто получает несанкционированный доступ к банковским системам, взламывает Web-узлы и ведет прочую разрушительную деятельность либо ради получения денег, либо для демонстрации всем своей “крутости”. К настоящим хакерам таковые не имеют никакого отношения. — *Прим. перев.*

⁴ Самая короткая такая программа на C, известная автору, написана Владом Таировым и Рашидом Фахреевым и содержит всего 64 символа:

```
main(a) {printf(a, 34, a="main(a) {printf(a, 34, a=%c%s%c, 34) ; }", 34) ; }
```


ГЛАВА 1

ВВЕДЕНИЕ

1.1. Система обозначений

Повсюду в книге при описании машинных команд используются выражения, отличающиеся от обычных арифметических выражений. В “компьютерной арифметике” операнды представляют собой битовые строки (или векторы) некоторой фиксированной длины. Выражения компьютерной арифметики похожи на выражения обычной арифметики, но в этом случае переменные обозначают содержимое регистров компьютера. Значение выражения компьютерной арифметики представляет собой строку битов без какой-либо специальной интерпретации; операнды же могут интерпретироваться по-разному. Например, в команде сравнения операнды интерпретируются либо как двоичные целые числа со знаком, либо как беззнаковые целые числа. Поэтому, в зависимости от типа операндов, для обозначения оператора сравнения используются разные символы.

Основное отличие между обычными арифметическими действиями и компьютерными сложением, вычитанием и умножением состоит в том, что результат действий компьютерной арифметики приводится по модулю 2^n , где n — размер машинного слова. Еще одно отличие состоит в том, что компьютерная арифметика содержит большее количество операций. Кроме основных четырех арифметических действий, машина способна выполнить множество других команд: логические *и* (*and*), *исключающее или*, *сравнение*, *сдвиг влево* и др.

Если не оговорено иное, везде в книге предполагается, что длина слова равна 32 битам, а целые числа со знаком представляются в дополнительном к 2 коде. Если длина слова иная, такие случаи оговариваются особо.

Все выражения компьютерной арифметики записываются аналогично обычным арифметическим выражениям, с тем отличием, что переменные, обозначающие содержимое регистров компьютера, выделяются полужирным шрифтом (это обычное соглашение, принятое в векторной алгебре). Машинное слово интерпретируется как вектор, состоящий из отдельных битов. Константы также выделяются полужирным шрифтом, если обозначают содержимое регистра (в векторной алгебре аналогичного обозначения нет, так как там для записи констант используется только один способ — указание компонентов вектора). Если константа означает часть команды (например, непосредственно значение в команде сдвига), то она не выделяется.

Если оператор, например “+”, складывает выделенные полужирным шрифтом операнды, то он подразумевает машинную операцию сложения (“векторное сложение”). Если операнды не выделены, то подразумевается обычное арифметическое сложение скалярных величин (скалярное сложение). Переменная x обозначает арифметическое значение выделенной полужирным шрифтом переменной x (интерпретируемое как знаковое или беззнаковое, что должно быть понятно из контекста). Таким образом, если $x = \mathbf{0x80000000}$, а $y = \mathbf{0x80000000}$, то при знаковой интерпретации $x = y = -2^{31}$, $x + y = -2^{32}$ и $x + y = \mathbf{0}$. (Здесь $\mathbf{0x80000000}$ — шестнадцатеричная запись строки битов, состоящей из одного единичного бита и следующих за ним 31 нулевого бита.)

Биты нумеруются справа налево, причем крайний справа (младший) бит имеет номер 0. Длины бита, полубайта, байта, полуслова, слова и двойного слова равны соответственно 1, 4, 8, 16, 32 и 64 бит.

Небольшие и простые фрагменты кода представлены в виде алгебраических выражений с оператором присваивания (стрелка влево) и при необходимости с оператором `if`. Для таких задач использование математических выражений предпочтительнее, чем составление программы на языке ассемблера.

Более сложные и громоздкие алгоритмы представлены в виде программ на языке C++, причем свойства C++ как объектно-ориентированного языка программирования нигде в книге не используются. По сути, программы написаны на ISO (ANSI) C, но с комментариями в стиле C++. Там, где различия между C и C++ не существенны, подразумевается просто язык C.

Полное описание языка C выходит за рамки данной книги. Однако для тех читателей, которые не знакомы с C, в табл. 1.1 приведено краткое описание основных элементов этого языка [32]. Это описание особенно полезно для читателей, которые не знакомы с C, но знают какой-либо иной процедурный язык программирования. В таблице перечислены также операторы, которые используются в алгебраических и арифметических выражениях этой книги. Все операторы языка C упорядочены по приоритетам: в начале таблицы расположены операторы, имеющие наиболее высокий приоритет, в конце — операторы с самым низким приоритетом. Буква L в столбце “Приоритет” означает, что данный оператор левоассоциативен, а именно:

$$a \bullet b \bullet c = (a \bullet b) \bullet c.$$

Буква R означает, что оператор правоассоциативен. Приведенные в таблице и используемые в книге алгебраические операторы следуют правилам ассоциативности и приоритетам операторов языка C.

В дополнение к перечисленному в табл. 1.1 используется ряд обозначений из булевой алгебры и стандартной математики (соответствующие пояснения приводятся по мере необходимости).

Таблица 1.1. Элементы языка C и алгебраические операторы

Приоритет	C	Алгебра	Описание
16	<code>0x...</code> <code>a[k]</code>	$0x\dots$, $0b\dots$	Шестнадцатеричные, двоичные константы Выбор k-го компонента
16		x_0, x_1, \dots	Различные переменные или выборка битов (зависит от контекста)
16	<code>f(x, ...)</code>	$f(x, \dots)$	Вычисление функции
16		$\text{abs}(x)$	Абсолютное значение (однако $\text{abs}(-2^{31}) = -2^{31}$)
16		$\text{nabs}(x)$	Отрицательное абсолютное значение
15	<code>x++</code> , <code>x--</code>		Прибавление, вычитание единицы (постфиксная форма, постинкремент, постдекремент)
14	<code>++x</code> , <code>--x</code>		Прибавление, вычитание единицы (префиксная форма, преинкремент, предекремент)
14	<code>(type name) x</code>		Приведение типа
14 R		x^k	x в степени k

Приоритет	C	Алгебра	Описание
14	$\sim x$	$\neg x, \bar{x}$	Побитовое <i>не</i> (побитовое дополнение до единицы)
14	$!x$		Логическое <i>отрицание</i> (<i>if x = 0 then 1 else 0</i>)
14	$-x$	$-x$	Арифметическое отрицание
13 L	$x * y$	$x * y$	Умножение по модулю размера слова
13 L	x / y	$x \div y$	Знаковое целочисленное деление
13 L	x / y	$x \overset{u}{\div} y$	Беззнаковое целочисленное деление
13 L	$x \% y$	$\text{rem}(x, y)$	Остаток (может быть отрицательным) от деления $(x \div y)$ знаковых аргументов
13 L	$x \% y$	$\text{remu}(x, y)$	Остаток от деления $(x \overset{u}{\div} y)$ беззнаковых аргументов
		$\text{mod}(x, y)$	Приведение x по модулю y к интервалу $[0, \text{abs}(y)-1]$; знаковые аргументы
12 L	$x + y, x - y$	$x + y, x - y$	Сложение, вычитание
11 L	$x \ll y, x \gg y$	$x \ll y, x \overset{u}{\gg} y$	Сдвиг влево, вправо с заполнением нулями (“логический” сдвиг)
11 L	$x \gg y$	$x \overset{s}{\gg} y$	Сдвиг вправо со знаковым заполнением (“арифметический” или “алгебраический” сдвиг)
11 L		$x \overset{rot}{\ll} y, x \overset{rot}{\gg} y$	Циклический сдвиг влево, вправо
10 L	$x < y, x \leq y$ $x > y, x \geq y$	$x < y, x \leq y$ $x > y, x \geq y$	Сравнение знаковых аргументов
10 L	$x < y, x \leq y$ $x > y, x \geq y$	$x \overset{u}{<} y, x \overset{u}{\leq} y$ $x \overset{u}{>} y, x \overset{u}{\geq} y$	Сравнение беззнаковых аргументов
9 L	$x == y, x != y$	$x = y, x \neq y$	Равно, не равно
8 L	$x \& y$	$x \& y$	Побитовое <i>и</i>
7 L	$x \wedge y$	$x \oplus y$	Побитовое <i>исключающее или</i>
7 L		$x \equiv y$	Побитовая <i>эквивалентность</i> ($\neg(x \oplus y)$)
6 L	$x y$	$x y$	Побитовое <i>или</i>
5 L	$x \&\& y$	$x \bar{\&} y$	Логическое <i>и</i> (<i>if x = 0 then 0 else if y = 0 then 0 else 1</i>)
4 L	$x y$	$x \bar{ } y$	Логическое <i>или</i> (<i>if x ≠ 0 then 1 else if y ≠ 0 then 1 else 0</i>)
3 L		$x \parallel y$	Конкатенация
2 R	$x = y$	$x \leftarrow y$	Присваивание

Кроме функций “abs”, “gem” и прочих, в книге используется множество других функций, которые будут определены позже.

При вычислении выражения $x < y < z$ в языке C сначала вычисляется выражение $x < y$, (результат равен 1, если выражение истинно, и 0, если выражение ложно), затем полученный результат сравнивается с z . Выражение $x < y < z$ с операторами сравнения “<” вычисляется как $(x < y) \& (y < z)$.

В языке C есть три оператора цикла: while, do и for. Цикл while имеет вид:

`while (выражение) оператор`

Перед выполнением цикла вычисляется *выражение*. Если *выражение* истинно (не нуль), выполняется *оператор*. Затем снова вычисляется *выражение*. Цикл while завершается, когда *выражение* становится ложным (равным нулю).

Цикл do аналогичен циклу while, однако проверочное условие стоит после оператора цикла, а именно:

`do оператор while (выражение)`

В этом цикле сначала выполняется *оператор*, затем вычисляется *выражение*. Если выражение истинно, операторы цикла выполняются еще раз, если выражение ложно, цикл завершается.

Оператор for имеет вид

`for (e1; e2; e3) оператор`

Сначала вычисляется выражение e_1 — как правило, это оператор присваивания (аналог выражения-инициализации). Затем вычисляется e_2 — оператор сравнения (или условное выражение). Если значение условного выражения равно нулю (условие ложно), цикл завершается, если не равно нулю (условие истинно), выполняется *оператор*. Затем вычисляется e_3 (тоже, как правило, оператор присваивания), и вновь вычисляется условное выражение e_2 . Таким образом, знакомый всем цикл “do i=1 to n” запишется как `for (i=1; i<=n; i++)` (это один из контекстов использования оператора постинкремента).

1.2. Система команд и модель оценки времени выполнения команд

Чтобы можно было хотя бы грубо сравнивать алгоритмы, представим, что они кодируются для работы на машине с набором команд, подобных современным RISC-компьютерам общего назначения (типа Compaq Alpha, SGI MIPS и IBM RS/6000). Это трехадресная машина, имеющая достаточно большое количество регистров общего назначения — не менее 16. Если не оговорено иное, все регистры 32-разрядные. Регистр общего назначения с номером 0 всегда содержит нули, все другие регистры равноправны и могут использоваться для любых целей.

Для простоты будем считать, что в компьютере нет регистров “специального назначения”, в частности, слова состояния процессора или регистра с битами состояний, например “переполнение”. Не рассматриваются также команды для работы с числами с плавающей точкой, как выходящие за рамки тематики данной книги.

В книге описаны два типа RISC: “базовый RISC”, команды которого перечислены в табл. 1.2, и “RISC с полным набором команд”, в который кроме основных RISC-команд входят дополнительные команды, перечисленные в табл. 1.3.

Таблица 1.2. Базовый набор RISC-команд

Мнемокод команды	Операнды	Описание команды
add, sub, mul, div, divu, rem, remu	RT, RA, RB	RT ← RA op RB Здесь op — сложение (<i>add</i>), вычитание (<i>sub</i>), умножение (<i>mul</i>), знаковое деление (<i>div</i>), беззнаковое деление (<i>divu</i>), остаток от знакового деления (<i>rem</i>) или остаток от беззнакового деления (<i>remu</i>)
addi, muli	RT, RA, I	RT ← RA op I Здесь op — сложение (<i>addi</i>) или умножение (<i>muli</i>), I — непосредственно заданное 16-битовое знаковое значение
addis	RT, RA, I	RT ← RA + (I 0x0000)
and, or, xor	RT, RA, RB	RT ← RA op RB Здесь op — побитовое <i>и</i> (<i>and</i>), <i>или</i> (<i>or</i>) или <i>исключающее или</i> (<i>xor</i>)
andi, ori, xori	RT, RA, Iu	То же самое, но последний операнд является непосредственно заданным 16-битовым беззнаковым значением
beq, bne, blt, ble, bgt, bge	RT, target	Переход к метке target, если выполнено некоторое условие, т.е. если RT=0, RT≠0, RT<0, RT≤0, RT>0 или RT≥0 соответственно (RT — целое знаковое число)
bt, bf	RT, target	Переход к метке target, если выполнено некоторое условие (true/false); аналогичны командам bne/beq соответственно
cmpeq, cmpne, cmplt, cmple, cmpgt, cmpge, cmpltu, cmpleu, cmpgtu, cmpgeu	RT, RA, RB	RT содержит результат сравнения RA и RB; RT равен 0, если условие ложно, и 1, если условие истинно. Мнемокоды означают: сравнить на равенство, неравенство, меньше, не больше и т.д. как и в командах условного перехода. Суффикс “u” в названии обозначает сравнение беззнаковых величин
cmpeq, cmpine, cmplt, cmpile, cmpigt, cmpige	RT, RA, I	Аналогичны командам серии cmpeq, но второй операнд представляет собой непосредственно заданное 16-битовое знаковое значение
cmpeq, cmpineu, cmpltu, cmpileu, cmpigt, cmpigeu	RT, RA, Iu	Аналогичны командам серии cmpltu, но второй операнд представляет собой непосредственно заданное 16-битовое беззнаковое значение
ldbu, ldh, ldhu, ldw	RT, d(RA)	Загрузка беззнакового байта, знакового полу-слова, беззнакового полу-слова или слова в RT из ячейки памяти по адресу RA + d, где d — непосредственно заданное знаковое 16-битовое значение

Мнемокод команды	Операнды	Описание команды
<code>mulhs, mulhu</code>	RT, RA, RB	В RT помещаются старшие 32 бита результата умножения RA и RB (знакового и беззнакового)
<code>not</code>	RT, RA	В RT помещается побитовое дополнение RA до единицы
<code>shl, shr, shrs</code>	RT, RA, RB	В RT помещается значение RA, сдвинутое влево или вправо; величина сдвига задается шестью младшими битами второго операнда (RB). При выполнении команды <code>shrs</code> освободившиеся биты заполняются содержимым знакового разряда, в остальных командах освободившиеся биты заполняются нулями. (Значение величины сдвига вычисляется по модулю 64)
<code>shli, shri, shrsi</code>	RT, RA, Iu	В RT помещается значение RA, сдвинутое влево или вправо на величину, задаваемую пятью младшими битами непосредственно заданного значения I
<code>stb, sth, stw</code>	RS, d(RA)	Сохранение байта, полуслова или слова из регистра RS в ячейку памяти по адресу RA + d, где d — непосредственно заданное 16-битовое знаковое значение

Везде в описаниях команд исходные операнды RA и RB представляют собой содержимое регистров.

В реальной машине обязательно должны быть команды ветвления и обращения к подпрограммам, команды перехода по адресу, содержащемуся в регистре (для возврата из подпрограмм и обработки оператора выбора альтернативы типа `switch`), а также, возможно, ряд команд для работы с регистрами специального назначения. Конечно же, должны быть привилегированные команды и команды вызова служб супервизора. Кроме того, вероятно наличие команд для работы с числами с плавающей точкой.

Краткое описание некоторых дополнительных команд, которые может иметь RISC-компьютер, приведено в табл. 1.3.

Таблица 1.3. Дополнительные команды полного набора RISC-команд

Мнемокод команды	Операнды	Описание команды
<code>abs, nabs</code>	RT, RA	RT получает абсолютное значение (или отрицательное абсолютное значение) RA
<code>andc, eqv, nand, nor, orc</code>	RT, RA, RB	Побитовое и с дополнением, эквивалентность, отрицание и, отрицание или и или с дополнением
<code>extr</code>	RT, RA, I, L	Извлечение битов от I до I+L-1 из RA и размещение их в младших битах RT; остальные разряды заполняются нулями
<code>extrs</code>	RT, RA, I, L	Аналогична <code>extr</code> , но свободные биты заполняются содержимым бита знака