

Юрий Петров

Очерки истории теории управления

Санкт-Петербург
«БХВ-Петербург»
2007

УДК 681.3.06(075.8)
ББК 32.815я73
ПЗ0

Петров Ю. П.

ПЗ0 Очерки истории теории управления. — СПб.: БХВ-Петербург, 2007. — 272 с.: ил.

ISBN 978-5-9775-0036-4

Рассказана история исследований по теории управления. Основное внимание уделено работам второй половины XX века, в том числе исследованиям неожиданных свойств эквивалентных преобразований систем управления.

Даны рекомендации аспирантам и соискателям, сдающим кандидатский экзамен по истории и философии науки по специальностям, связанным с управлением, автоматикой, автоматизированным электроприводом и др.

*Для специалистов, аспирантов, соискателей
и широкого круга читателей*

УДК 681.3.06(075.8)
ББК 32.815я73

Группа подготовки издания:

Главный редактор	<i>Екатерина Кондукова</i>
Зам. главного редактора	<i>Татьяна Лапина</i>
Зав. редакцией	<i>Григорий Добин</i>
Компьютерная верстка	<i>Натальи Караваевой</i>
Корректор	<i>Зинаида Дмитриева</i>
Дизайн обложки	<i>Инны Тачиной</i>
Зав. производством	<i>Николай Тверских</i>

Лицензия ИД № 02429 от 24.07.00. Подписано в печать 20.12.06.

Формат 60×90^{1/16}. Печать офсетная. Усл. печ. л. 17.

Тираж 1000 экз. Заказ №

"БХВ-Петербург", 194354, Санкт-Петербург, ул. Есенина, 5Б.

Санитарно-эпидемиологическое заключение на продукцию
№ 77.99.02.953.Д.006421.11.04 от 11.11.2004 г. выдано Федеральной службой
по надзору в сфере защиты прав потребителей и благополучия человека.

Отпечатано с готовых диапозитивов
в ГУП "Типография "Наука"
199034, Санкт-Петербург, 9 линия, 12

ISBN 978-5-9775-0036-4

© Петров Ю. П., 2007
© Оформление, издательство "БХВ-Петербург", 2007

Оглавление

Предисловие	1
§ 1. Начальный этап теории управления.....	5
§ 2. Частотные методы и обеспечение инвариантности	25
§ 3. Расчеты систем управления с использованием характеристик случайных процессов.....	31
§ 4. Синтез регуляторов, доставляющих минимум среднеквадратичному критерию качества.....	39
§ 5. Встреча с проблемой сохранения устойчивости при вариациях параметров.....	49
§ 6. Развитие методов расчета нелинейных систем управления.....	57
§ 7. Переход к поискам оптимальных программ управления.....	63
§ 8. Совершенствование методов оптимизации	73
§ 9. Реализация оптимального управления. Аналитическое конструирование регуляторов	89
§ 10. Реализация оптимальных регуляторов для нелинейных систем на длительных интервалах времени	101

§ 11. Многомерные системы. Управляемость и наблюдаемость	127
§ 12. Исследование регуляторов и систем управления на факультете ПМ-ПУ СПбГУ	137
12.1. Оптимизация нелинейных объектов управления с вырожденными критериями качества	139
12.2. Оптимизация линейных систем	141
12.3. Обеспечение комплекса требований к системе управления	154
12.4. Учет реальных ограничений на управляющие воздействия	159
12.5. Гарантирующее управление	166
§ 13. Исследование параметрической устойчивости систем управления и неожиданные следствия	185
Следствие 1. Неполнота традиционных методов расчета устойчивости	195
Следствие 2. Построение функции Ляпунова не гарантирует реальной устойчивости	202
Следствие 3. Обнаружившиеся ошибки в пакете MATLAB и других пакетах прикладных программ. Необходимость совершенствования методов численного решения дифференциальных уравнений	203
Следствие 4. Открытие третьего класса задач математики, физики и техники	206
Следствие 5. Необходимость уточнения фундаментального понятия математики — понятия эквивалентного преобразования	212
Следствие 6. Разъяснение парадоксов в проблеме устойчивости по части переменных	214
Следствие 7. Обнаружившиеся ошибки в алгоритмах, использующих цепочки преобразований	218

§ 14. Философские аспекты теории управления	223
14.1. О вопросах программ нового кандидатского экзамена по истории и философии науки и рекомендации по ответам на них	227
14.2. Управление погодой.....	233
14.3. Управление будущим	235
Заключение	237
Список литературы.....	239
Именной указатель.....	263

Предисловие

Книга предназначена для тех, кто работает в области управления, автоматического управления, автоматизированного электропривода и особенно — для аспирантов и соискателей, которым предстоит сдать введенный с 2005 года кандидатский экзамен по истории и философии науки.

Книга не претендует на полноту. Автор сосредоточил внимание на тех разделах истории, которые сохранили интерес и значение в наше время. Поэтому в очерки не вошли описания многочисленных технических устройств, на основе которых решались различные задачи автоматизации и автоматического управления в XIX и XX веках. Многие из этих устройств были исключительно интересны и остроумны, но появление вычислительных машин и микропроцессорных систем привело к принципиально новым техническим решениям и старые устройства, несмотря на все их остроумие, уже не представляют сегодня большого интереса.

Сохранили интерес теоретические результаты — мы и сейчас при расчетах и проектировании систем управления, расчетах их устойчивости и качества пользуемся методами, разработанными учеными XX и даже XIX века. Развитие этих методов, их драматическая история, в которой было немало ошибок и неожиданных поворотов, представляет большой интерес и сегодня, тем более что некоторые проблемы теории управления, разрабатывавшиеся в XX веке, не получили полного, исчерпывающего решения и до сегодняшнего дня. Для тех, кто займется решением этих проблем, знание истории вопроса особенно важно.

В развитии точных количественных методов теории управления можно выделить следующие периоды.

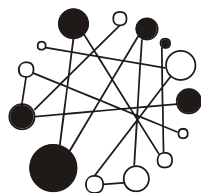
1. Начальный период, когда главное внимание обращалось на устойчивость. Отправной точкой можно условно считать 1868 год — год появления публикации Максвелла, положившей начало научному изучению процессов управления и регулирования и, прежде всего, их устойчивости.
2. Эпоха господства частотных методов (началом которой можно считать 1932 год — год публикации работы Найквиста). В последующие десятилетия автоматическое управление и регулирование на базе частотных методов оформилось как научная дисциплина, изучаемая в высших учебных заведениях, имеющая свои учебники и учебные пособия.
3. Третий период, условным рубежом начала которого можно считать 1960 год. В этот период основное внимание исследователей обращается на исследование оптимальных систем управления. Переход на оптимальное управление позволяет повысить производительность промышленности и транспорта.

Обращаясь к терминологии, отметим, что автоматическое управление — это более общий термин, охватывающий все законы управления, реализуемые автоматически, а автоматическое регулирование — термин более частный. Чаще всего управление осуществляется на принципе "по отклонению" — т. е. управляющее воздействие является функцией отклонения регулируемой величины от желаемого значения. Устройство, реализующее управляющее воздействие в зависимости от величины отклонения, называлось регулятором (или автоматическим регулятором), и теория управления развивалась первоначально как теория регуляторов. В дальнейшем помимо "управления по отклонению" стал использоваться принцип "управления по возмущению" и стали чаще использоваться термины "автоматическое управление" и "автоматическое управление и регулирование". Этой терминологии мы будем придерживаться.

Значительное внимание в "Очерках" уделено истории методов управления судами, судовыми механизмами и силовыми установками.

Отдельный раздел посвящен истории исследований по автоматическому управлению и регулированию, выполненных в 1969—2000 гг. на факультете прикладной математики — процессов управления Санкт-Петербургского государственного университета.

Работа над "Очерками" осуществлялась при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ). Поэтому отдельный раздел посвящен истории исследований, поддержанных грантами РФФИ. Эти исследования заставили во многом по-новому взглянуть на такое фундаментальное понятие прикладной математики и теории управления, как эквивалентные (равносильные) преобразования математических моделей, и привели ко многим интересным результатам.



§ 1. Начальный этап теории управления

С необходимостью управления человек столкнулся давно — еще на заре развития общества, когда начали развиваться земледелие и скотоводство. Пастух должен был управлять стадом, земледelec — парой быков или лошадей, тянущими плуг. Вождь племени сталкивался с более сложными задачами управления своими соплеменниками.

С появлением первых древних государств задачи управления ими стали еще более сложными. До поры до времени они решались чисто эмпирически, каждый правитель действовал по своему разумению. Первые исследования, посвященные теории управления, появились в Древней Греции в IV веке до н. э. и способствовало этим исследованиям то, что тогдашняя Греция была раздроблена на множество небольших городов-государств с разными типами управления. Существовали города-государства (полисы), где вся власть, все рычаги управления были в руках одного человека. Были полисы, управлявшиеся родовой аристократией, немногочисленными главами влиятельных родов, и рядом с ними существовали полисы, которые являлись демократическими республиками, где важнейшие решения по управлению принимались народным собранием, с участием всех свободных граждан полиса. Разнообразие методов управления в полисах давало богатый материал для сравнения и сопоставления различных методов государственного управления, и великие философы древней Греции — Платон (427—347 до н. э.) и Аристотель (384—322 до н. э.) впервые стали разрабатывать теорию управления государством,

а также и теорию идеального государства, наилучшим образом управляемого.

Платон считал наилучшим государством республику, управляемую философами.

Много позже, в 1513 году Николо Макиавелли (Machiavelli, 1469—1527) в своей книге "Государь" рассмотрел принципы управления монархическим государством, действия государя по укреплению государства и, главное, своей единоличной власти в нем.

Теория управления государством разрабатывалась также Томасом Гоббсом (Hobbes, 1588—1679) и другими философами.

Но все эти исследования проводились на "словесном" уровне, на уровне рассуждения, а не вычисления. Никаких точных количественных соотношений тогда еще получено не было. Эпоха точных методов в теории управления пришла много позже. Они начались тогда, когда появилась необходимость дать точное количественное описание процессов, происходящих в системах автоматического управления — т. е. в технических системах, работающих без участия человека. Первой важной технической задачей, на решении которой были разработаны и отточены количественные математические методы теории управления, стала задача обеспечения постоянства частоты вращения паровой машины при изменении ее нагрузки. В XIX веке, который недаром называют "веком пара", эта задача имела первостепенное значение.

Еще великий изобретатель паровой машины Джеймс Уатт (Watt, 1736—1819) разработал центробежный регулятор для поддержания постоянства частоты вращения машины. Если нагрузка паровой машины уменьшалась, то при неизменной подаче пара частота вращения вала резко и опасно возрастала. Регулятор Уатта состоял из двух тяжелых шаров на вертикальном валу, связанном с валом машины. Шары были стянуты между собой жесткой пружиной. При вращении вала центробежная сила, преодолевая упругость пружины, поднимала шары, а с шарами была связана заслонка на паропроводе, снижающая доступ пара в машину.

Жесткость пружины подбиралась так, что при номинальной нагрузке на валу частота вращения равнялась заданной. При увеличении частоты вращения из-за уменьшения нагрузки возросшая центробежная сила разводила шары, в результате заслонка уменьшала подачу пара, предотвращая большие отклонения частоты вращения от номинального значения.

Регулятор Уатта являлся одним из первых регуляторов, работающих на принципе обратной связи по отклонению, поскольку именно отклонение текущей скорости вращения машины от заданной изменяло угол сдвига шаров, а тем самым и подачу пара на входе в цилиндры машины. Регуляторы с обратной связью являются основой автоматического управления до самого последнего времени.

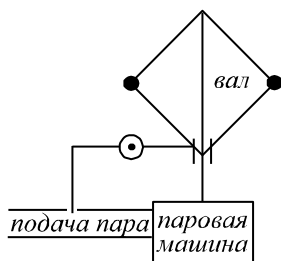


Рис. 1

К 70-м годам XIX века в Англии работало уже примерно 75 тысяч регуляторов Уатта. Однако при настройке регуляторов инженеры сталкивались с трудностями: снабженные регуляторами машины часто приобретали необъяснимую склонность к самораскачиванию, а иногда переходили в режим самопроизвольно возрастающих колебаний, неминуемо приводивший к аварии. Изобретатели опытным путем нащупывали средства борьбы с неустойчивостью работы машин, снабженных регуляторами (одним из очень действенных средств оказался так называемый катаракт, т. е. устройство, осуществляющее воздействие, — пользуясь уже современной терминологией — пропорциональное производной регулируемой величины), но ощущалась, разумеется, нужда

в теоретическом исследовании, которое раскрыло и разъяснило бы суть происходящих при регулировании явлений и указало путь к построению хороших регуляторов. Такое исследование было впервые выполнено великим английским физиком Джеймсом Клерком Максвеллом (Maxwell. 1831—1879), который в 1868 г. опубликовал статью "О регуляторах". "Регулятор есть часть машины, посредством которой скорость машины поддерживается почти постоянной, несмотря на изменения движущего момента или момента сопротивления," — так начинается статья Максвелла.

В этой статье Максвелл указывает, что для правильного представления о работе регулятора надо учесть инерционность его элементов и составить уравнение колебаний, возникающих при отклонениях действительной скорости вращения машины от номинальной. При исследовании этого уравнения достаточно, однако, ограничиться случаем малых колебаний, ибо, если малые колебания будут затухать, то они не разовьются в большие. Исследование же малых колебаний значительно проще, чем больших, и сводится к исследованию линейных дифференциальных уравнений, решения которых будут устойчивыми, если характеристический полином имеет корни только с отрицательными вещественными частями.

Таким образом, Максвелл показал, что устойчивость или неустойчивость машины, снабженной регулятором, зависит от корней характеристического полинома, и для обеспечения устойчивости инженеру достаточно подобрать такие параметры регулятора, чтобы этот полином имел корни с отрицательными вещественными частями. Для полиномов третьей степени Максвелл непосредственно указал условия, обеспечивающие отрицательность вещественных частей корней, и одновременно он поставил перед математиками задачу — найти условия и методы проверки отрицательности вещественных частей корней для полиномов любой степени. Эта задача была решена математиками далеко не сразу. Только в 1877 году английский математик Раут (Routh, 1831—1907) дал метод проверки знака вещественных частей корней, получив за это премию Адамса. Заметим, что английская фамилия Routh на русском языке пишется иногда как "Раут", а иногда

как "Раус". Поэтому и критерий отрицательности вещественных частей корней полинома, найденный впервые Раутом и усовершенствованный А. Гурвицем (о котором мы далее расскажем подробнее), называется иногда критерием Рауса—Гурвица, а иногда — критерием Раута—Гурвица; в обоих случаях речь идет об одном и том же критерии.

Работа Максвелла правильно наметила принципиальные пути, по которым в дальнейшем пошло развитие теории автоматического управления. В то же время на работе Максвелла сказалось то, что он был все же физиком, а не инженером. Максвелл не мог учесть специфики тех реальных задач, которые стояли перед техникой того времени, и поэтому его работа не оказалась использованной инженерами ни в самой Англии, ни на континенте.

Так, Максвелл считал единственными настоящими регуляторами только регуляторы астатические (регуляторы, которые при постоянной нагрузке дают, теоретически, нулевую ошибку), а регуляторы, которые мы называем статическими, считал просто "модераторами", т. е. уменьшителями колебаний, а не настоящими регуляторами. В то же время при тех параметрах паровых машин, которые были типичными во времена Максвелла, простые статические регуляторы давали вполне достаточную точность, а регуляторы астатические технически еще не могли быть реализованы. Не удивительно, что работа Максвелла не оказала влияния на современную ему технику. Основателем теории регулирования машин, получившей практическое применение в промышленности, по праву считается Иван Алексеевич Вышнеградский (1831—1895), основная работа которого — "О регуляторах прямого действия" — вышла в 1876 г.

Весьма примечательна биография Вышнеградского. Он родился в 1831 г. в Вышнем Волочке в семье священника, окончил духовную семинарию, а затем физико-математический факультет Педагогического института в Петербурге, по окончании которого в 1851 г. работал учителем математики в кадетском корпусе. Еще в Педагогическом институте Вышнеградский обратил на себя внимание преподававшего в институте академика М. В. Остроградского. Работая учителем, Вышнеградский одновременно глубоко

изучал математику и механику под руководством Остроградского и в 1854 г. защитил в Петербургском университете диссертацию на степень магистра математических наук (оппонентами были П. Л. Чебышев и О. И. Сомов). Крымская война 1854—55 гг., обнаружившая техническую отсталость России, — особенно в области артиллерии — побудила Вышнеградского с особой энергией заняться техникой артиллерийского дела, производства вооружения и боеприпасов.

Вышнеградский выступает одновременно и как преподаватель, автор популярных учебников, и как инженер-практик. В 1859 г. Вышнеградского посылают в длительную заграничную командировку для знакомства с заводами и постановкой технического образования в Германии, Франции и Англии, а по возвращении из командировки, в 1862 г., Вышнеградский становится профессором практической механики Михайловской артиллерийской академии, а вскоре и профессором механики Петербургского технологического института, где читает курсы по машиностроению, машиноведению (грузоподъемные машины, токарные станки, паровые машины) и одновременно по прикладной механике, теории упругости, термодинамике. С 1875 по 1884 г. Вышнеградский был директором Петербургского технологического института. Преподавание Вышнеградский совмещает с интенсивной деятельностью по перевооружению русской артиллерии. К этому же времени — 1876—1878 гг. — относятся основоположные работы Вышнеградского по теории регулирования.

Однако, начиная с 80-х годов, жизненные устремления Вышнеградского начинают меняться. Он принимает участие в управлении рядом железных дорог и промышленных предприятий, занимаясь уже не только технической стороной дела, но и финансами, входит в тесное общение с капиталистами — владельцами предприятий. Общение с ними постепенно меняет его личность и взгляды.

Постепенно Вышнеградский отходит от преподавания, передает свои курсы ученикам и все более и более погружается в финансовую и биржевую деятельность. С 1888 г. Вышнеградский назначается министром финансов Российской империи и окончательно покидает науку. Умер Вышнеградский в 1895 г.

Биография Вышнеградского дает нам очень редкий пример ученого, одаренного творческими способностями и все же изменившего научной работе ради богатства и власти; пример очень редкий, поскольку удовлетворение, получаемое от научной работы, обычно несравнимо с соблазнами богатства или политики. Но все же, как показывает пример И. А. Вышнеградского, соблазны эти иногда оказываются сильнее и отвлекают от науки.

Рассмотрим теперь основную работу И. А. Вышнеградского — статью "О регуляторах прямого действия". По своему содержанию она во многом схожа с рассмотренной нами работой Максвелла "О регуляторах". Независимо друг от друга и Максвелл и Вышнеградский пришли к выводу, что исследование устойчивости работы машины, снабженной регулятором, можно свести к исследованию корней характеристического уравнения ее малых колебаний.

Однако работа Максвелла, как мы уже указывали, не оказала влияние на практику проектирования реальных регуляторов, а работа И. А. Вышнеградского получила широкое практическое использование. Поэтому на примере классической работы И. А. Вышнеградского полезно рассмотреть те особенности, которые характерны для хороших работ по теории управления — таких работ, которые не "ложатся на полку" для того, чтобы мирно пылиться на ней, а получают практическое использование.

Во-первых, И. А. Вышнеградский, в отличие от Максвелла, исходил из хорошо ему известных параметров паровых машин того времени, поэтому его выводы и рекомендации подтверждались на практике и вызывали тем самым доверие инженеров.

Во-вторых, И. А. Вышнеградский не только провел теоретическое исследование работы регуляторов, но и сумел придать результатам своего исследования яркую, четкую, запоминающуюся форму.

Вышнеградский прекрасно понимал, что теоретическое исследование только тогда имеет смысл, когда оно доходит до потребителя, до инженера, а инженер может уделить любым теоретическим работам лишь очень небольшую долю своего времени. Инженер должен думать о многом, обращать внимание очень на многое,

ибо инженерная деятельность необычайно многообразна; поэтому на теоретическую работу инженер сможет обратить внимание только тогда, когда в работе будут четкие, ясные, недвусмысленные рекомендации, допускающие непосредственную проверку. Вышнеградский это знал, и поэтому основные зависимости он выразил наглядным графиком — знаменитой "диаграммой Вышнеградского", а в конце статьи главные выводы своей работы сформулировал в виде лапидарных тезисов, которые и вошли в практику конструирования центробежных регуляторов под названием "тезисов Вышнеградского". Их обычно записывают в следующем кратком виде:

1. Без катаракта нет регулятора.
2. Без неравномерности нет регулятора.

Раскрывая содержание этих тезисов, Вышнеградский показывает, каким образом, используя катаракт и неравномерность, можно синтезировать хорошо работающий регулятор. Заметим, что хотя Вышнеградский в своих исследованиях в целом исходил из параметров существовавших тогда регуляторов, выводы его статьи относились не только к уже работающим регуляторам, но и указывали тенденции их развития. Так, во времена Вышнеградского еще работало немало регуляторов без катаракта; устойчивость таких регуляторов обеспечивалась за счет сил сухого трения между его элементами. Вышнеградский показал, что сухое трение, помогая устойчивости, в то же время очень плохо влияет на качество регулирования, его нужно всемерно уменьшать — и, действительно, в последующих конструкциях регуляторов сухое трение уменьшали. Но тогда необходимым условием устойчивости сделалось наличие катаракта — в полном согласии со знаменитым первым тезисом Вышнеградского — "без катаракта нет регулятора".

Отметим, что и классическая работа Вышнеградского не избежала нападков со стороны пристрастных критиков, утверждавших, что тезис о катаракте опровергается успешной работой регуляторов, достигающих устойчивости без катаракта, за счет сухого трения. Пристрастные критики явно невнимательно читали статью

Вышнеградского, в которой четко оговаривалось, что регулятор с сухим трением из-за плохой чувствительности рассматриваться не будет, и дальнейшее исследование относится к устройствам, в которых сухое трение уменьшено до пренебрежимо малой величины, и поэтому катаракт стал необходимым условием устойчивости.

Продолжил и развил работы Ивана Алексеевича Вышнеградского выдающийся словацкий ученый и инженер Аурель Стодола (Stodola. 1859—1942). Стодола родился в Словакии, входившей тогда в состав Австро-Венгерской монархии, в 1881 г. он закончил Цюрихский политехникум с дипломом инженера-механика и ряд лет работал инженером на заводах, занимаясь расчетом и конструированием паровых машин, гидротурбин, вентиляторов и воздуходувок. В 1892 г. ему было предложено возглавить кафедру машиностроения в Цюрихском политехникуме, и он возглавлял ее 37 лет до 1929 г., когда по достижении им предельного тогда 70-летнего возраста вышел в отставку.

Основные работы А. Стодолы по автоматическому регулированию опубликованы в период 1893—1899 гг. В них А. Стодола распространил результаты И. А. Вышнеградского на регуляторы непрямого действия, где передвижение исполнительного механизма регулятора осуществляет не сам чувствительный элемент, а особый двигатель — сервомотор, имеющий самостоятельный источник энергии. Использование сервомоторов позволяло успешно решать задачи регулирования мощных машин и установок, но исследование устойчивости регуляторов непрямого действия приводило к необходимости анализа знака вещественных частей корней характеристических полиномов дифференциальных уравнений высоких порядков.

Полином произвольной степени можно записать в виде

$$a_n \lambda^n + a_{n-1} \lambda^{n-1} + \dots + a_0. \quad (1)$$

Стодола нашел очень простое необходимое условие того, что все корни полинома (1) имеют отрицательные вещественные части: если $a_n > 0$, то для всех остальных коэффициентов должны выполняться условия $a_i > 0$, т. е. среди коэффициентов не должно

быть равных нулю или отрицательных (необходимое условие Стодолы).

Основные работы Д. Максвелла, И. А. Вышнеградского, А. Стодолы по автоматическому управлению переведены на русский язык и опубликованы в книге [151].

По просьбе Стодолы его товарищ и коллега по Цюрихскому политехникуму математик Адольф Гурвиц (Hurwitz, 1859—1919) нашел более сложные необходимые и достаточные условия: должны быть положительными все диагональные определители матрицы

$$\begin{pmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \dots & 0 & 0 \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_2 & a_0 \end{pmatrix},$$

составляемой по следующему правилу: по главной диагонали снизу вверх выписываются последовательно коэффициенты от a_0 до a_{n-1} . Каждый столбец потом дополняется так, чтобы индексы возрастали на единицу сверху вниз от строки к строке. Коэффициенты с индексами больше n , где n — степень полинома (1), и меньше нуля заменяются нулями. Для полинома третьей степени

$$a_3\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_1\lambda + a_0 \quad (2)$$

условия Гурвица выглядят так:

- все a_i — положительны;
- $a_2a_1 > a_3a_0$ — т. е. произведение средних коэффициентов больше произведения крайних.

В честь А. Гурвица полиномы с отрицательными вещественными частями всех корней называют теперь гурвицевыми полиномами.

Вернемся к рассмотрению динамики паровой машины, снабженной регулятором Уатта. Обозначим через x отклонение частоты вращения от номинальной, а через u обозначим управляющее воздействие — т. е. отклонение заслонки на паропроводе, связанной с шарами, от положения ее при номинальном режиме. Тогда уравнения динамики паровой машины и регулятора в линейном приближении примут вид:

$$J \frac{dx}{dt} + k_1 x = u + \varphi(t) \quad (3)$$

$$m \frac{d^2 u}{dt^2} + k_2 \frac{du}{dt} + k_3 u = x, \quad (4)$$

где J — момент инерции на валу машины, $\varphi(t)$ — отклонение момента сопротивления на валу машины от номинального, m — масса шаров и связанной с ними заслонки, k_1, k_2 и k_3 — постоянные коэффициенты, из них k_2 — это коэффициент вязкого трения ("катаракта" по старой терминологии) в регуляторе. В дальнейшем в теории автоматического управления утвердилась следующая терминология: уравнения вида (3), описывающие объект, назывались уравнениями объекта управления; уравнения вида (4), связывающие x и u , показывающие, как, каким образом управление формируется на основе измерений x , измерений выхода, назывались уравнениями регулятора или уравнениями цепи обратной связи; уравнения (3) и (4), рассматриваемые совместно, назывались уравнениями замкнутой системы. Исключая из (3) и (4) переменную u , получим дифференциальное уравнение третьего порядка для x (где $D = \frac{d}{dt}$):

$$\left[JmD^3 + (Jk_2 + mk_1)D^2 + (Jk_3 + k_2k_1)D + k_1k_3 \right] x = \varphi(t). \quad (5)$$

Из уравнений (3) и (5) следует, что если момент сопротивления изменился на величину $\Delta\varphi$, то при отсутствии регулятора частота вращения изменится (после затухания переходных процессов) на величину

$$\Delta x = \frac{\Delta\varphi}{k_1},$$

где $\frac{1}{k_1}$ — коэффициент неравномерности машины без регулятора, а с учетом регулятора будет

$$\Delta x = \frac{\Delta \varphi}{k_1 k_3},$$

где $\frac{1}{k_3}$ коэффициент неравномерности регулятора. Для того чтобы машина работала устойчиво, необходимо, чтобы характеристический полином уравнения (5) был гурвицевым, а для этого нужно, чтобы произведение средних коэффициентов было больше произведения крайних; но это возможно лишь если $k_1 > 0$; $k_3 > 0$, и $k_2 > 0$, откуда сразу и следуют уже упоминавшиеся знаменитые тезисы Вышнеградского: "без неравномерности нет регулятора" и "без катаракта нет регулятора".

И. А. Вышнеградский предложил также ввести простую диаграмму — "диаграмму Вышнеградского", на которой наглядно изображались все варианты переходных процессов систем управления, описываемых дифференциальными уравнениями третьего порядка.

Характеристический полином таких уравнений имеет вид (2) и содержит четыре коэффициента. Однако И. А. Вышнеградский заметил, что если ввести новые единицы измерения для x и для времени, т. е. ввести новое время τ , исходя из соотношения

$$\tau = \frac{t}{\sqrt[3]{a_3}}, \quad (6)$$

то первый и четвертый коэффициенты в полиноме (2) станут равными единице и полином можно записать в виде

$$\lambda^3 + A\lambda^2 + B\lambda + 1, \quad (7)$$

где A и B — параметры Вышнеградского. Если по оси ординат откладывать значения параметра A , а по оси абсцисс — параметра B , то мы получим знаменитую "диаграмму Вышнеградского" (рис. 2) для корней характеристического полинома (7). Корни

с отрицательными вещественными частями будут лежать выше гиперболы MN , описываемой уравнением $AB=1$ (действительно, только при $AB>1$ полином (7) будет гурвицевым). Важное значение имеет клиновидная область ECF на диаграмме Вышнеградского. Для значений A и B , находящихся внутри этой области, все три корня характеристического полинома будут вещественными отрицательными, и поэтому переходный процесс в замкнутой системе не будет колебательным.

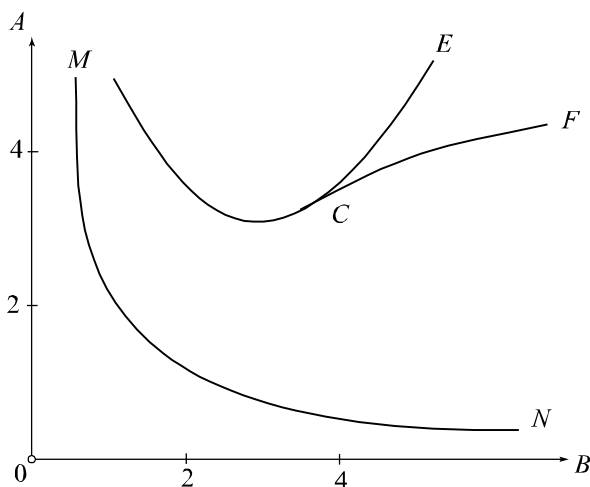


Рис. 2

С помощью диаграммы Вышнеградского можно выбрать параметры регулятора, обеспечивающего любой характер переходного процесса, поэтому диаграмма Вышнеградского широко использовалась при расчетах систем управления и в XIX и в XX веках.

Условия Раута—Гурвица решили проблему анализа устойчивости линейных систем управления. Значительно более сложная проблема устойчивости нелинейных систем получила решающий сдвиг в результате исследований великого русского математика Александра Михайловича Ляпунова (1857—1918).

А. М. Ляпунов родился в 1857 г. в Ярославле, где его отец был в те годы директором Демидовского лицея; после окончания в 1876 г. гимназии в Нижнем Новгороде он учился до 1880 г. на математическом отделении физико-математического факультета Петербургского университета, где наибольшее влияние оказал на него П. Л. Чебышев. По окончании университета в 1880 г. А. М. Ляпунов был оставлен при университете (на кафедре механики) для подготовки к преподавательской деятельности, успешно сдал к 1882 г. магистерские экзамены; перед ним встал важнейший для молодого ученого вопрос — о выборе направления дальнейшей научной работы. Вот что рассказывал об этом сам А. М. Ляпунов: "В 1882 г., желая подыскать подходящую тему для магистерской диссертации, я не раз беседовал с Чебышевым по поводу различных математических вопросов, причем Чебышев всегда высказывал мнение, что заниматься легкими, хотя бы и новыми вопросами, которые можно разрешать общеизвестными методами, не стоит; всякий молодой ученый, если он уже приобрел некоторый навык в решении математических вопросов, должен попробовать свои силы на каком-нибудь серьезном вопросе, представляющем известные теоретические трудности. При этом он предложил мне следующий вопрос: "Известно, что при некоторой величине угловой скорости эллипсоидальные формы перестают служить формами равновесия вращающейся жидкости. Не переходят ли они при этом в какие-либо новые формы?.. Вот если бы Вы разрешили этот вопрос, на Вашу работу сразу обратили бы внимание". "Впоследствии я узнал, — продолжал Ляпунов, — что тот же вопрос Чебышев предлагал и другим математикам, как, например, Золотареву, молодому тогда ученому, блестящие лекции которого я слушал в университете, и Софье Ковалевской. Не знаю, пробовали ли решать этот вопрос Золотарев и Ковалевская. Я же сильно заинтересовался этим вопросом, тем более, что Чебышев не дал никаких указаний для его решения, и я тотчас же принялся за работу". Так вошла в жизнь А. М. Ляпунова проблема устойчивости — основная тема его научной работы на все последующие годы. В 1885 г. он защитил магистерскую диссертацию "Об устойчивости эллипсоидальных

форм равновесия вращающейся жидкости", был утвержден в звании приват-доцента и переехал в Харьков, где возглавил кафедру механики в Харьковском университете. В Харькове А. М. Ляпунов работал до 1902 г., когда после избрания действительным членом Российской академии наук он переехал в Петербург. В Петербурге Ляпунов уже не занимался преподаванием, а целиком сосредоточился на научной работе, посвященной проблемам равновесия и устойчивости фигур небесных тел. В июне 1917 г. А. М. Ляпунов переехал в Одессу и там же 3 ноября 1918 г. он скончался.

К харьковскому периоду жизни А. М. Ляпунова относится и его наиболее знаменитая работа — докторская диссертация "Общая задача об устойчивости движения", опубликованная в 1892 г. в Харькове и защищенная в том же году в Московском университете.

Академик В. А. Стеклов (1863—1926), хорошо знавший А. М. Ляпунова, так характеризовал его: "Воспитанный сначала своим отцом, сотоварищем Н. И. Лобачевского по Казанскому университету, затем в кругу лиц, близких нашему физиологу И. М. Сеченову, прошедший всю юность в среде наиболее просвещенной части нашего тогдашнего общества, на умы которого еще продолжали влиять Н. А. Добролюбов и Н. Г. Чернышевский, А. М. Ляпунов олицетворял собою лучший тип идеалиста 60-х годов..."

"Все из ряда вон выходящие силы свои он отдавал на беззаветное служение науке, ею одной жил, в ней одной видел смысл жизни и часто говорил, что без научного творчества и сама жизнь для него ничего не стоит".

"С самого начала своей ученой деятельности он работал изо дня в день до четырех-пяти часов ночи, а иногда являлся на лекции (в Харьковском университете), на спав всю ночь".

"Он не позволял себе никаких развлечений, и если появлялся иногда (раз или два в год) в театре или на концерте, то лишь в самых исключительных случаях, как, например, на редких концертах своего брата, известного композитора С. М. Ляпунова".

"Круг знакомства А. М. Ляпунова был крайне ограничен и состоял из ближайших его родственников и небольшого числа ученых,

по преимуществу математиков, причем редкие товарищеские собрания, на которых бывал А. М. Ляпунов, обычно сводились, особенно в харьковский период его жизни, к высшей степени почетительным беседам по текущим вопросам науки".

"Отчасти потому и производил он иногда на лиц, мало его знавших, впечатление молчаливо-хмурого, замкнутого человека, что зачастую настолько был поглощен своими научными размышлениями, что смотрел и не видел, слушал — и не слышал."

В лице А. М. Ляпунова мы сталкиваемся с примером ученого, не занимавшегося непосредственно практической деятельностью или прикладными задачами, но чьи труды, тем не менее, оказали большое влияние на практику управления. А. М. Ляпунов не интересовался конкретными прикладными задачами, но он прекрасно осознавал, насколько важную роль играет проблема устойчивости в понимании всего окружающего нас мира — как мира природы, так и мира техники. Это понимание центральной роли проблемы устойчивости и вдохновляло А. М. Ляпунова на многолетние усилия по решению труднейших задач из этой области. И хотя сам Ляпунов никогда не интересовался техническими вопросами, техника управления использовала результаты его работ. Правда, это произошло не сразу. Оригинальные работы А. М. Ляпунова написаны сложным языком и мало кому были доступны. Рассказывают, что когда А. М. Ляпунов послал перевод своей докторской диссертации "Общая задача об устойчивости движения" одному из известных французских математиков, тот ответил: "Наверное, это прекрасная работа; к сожалению, моей жизни не хватит для того, чтобы понять ее".

Однако в дальнейшем, после изложения идей А. М. Ляпунова его последователями, продолжателями и популяризаторами, выяснилось, что по существу своему эти идеи вовсе не столь уж сложны. Именно методы Ляпунова (с учетом модификации их, проведенной его последователями) легли в основу анализа устойчивости нелинейных систем автоматического управления. Судьба работ А. М. Ляпунова еще раз подчеркивает важность для общего развития науки работ тех многочисленных ученых, которые, может

быть, и не попадают на страницы ее истории, но без которых эта история не была бы столь блестящей и столь плодотворной. В настоящих "Очерках" мы по необходимости можем упомянуть имена лишь очень небольшой части ученых, развивших теорию управления как наук и придавших ей ее современный облик. Мы упоминаем лишь наиболее крупные и выдающиеся имена. Их роль велика. Они отмечают собой поворотные точки, важнейшие этапы в развитии науки. Но наука не могла бы развиваться, если бы работы гениев не были бы поняты, подхвачены, продолжены теми многочисленными научными работниками, которые в большинстве своем не оставили своих имен на страницах истории науки, но без которых эта история не могла бы сложиться. Наука — это дело коллективное.

Вот как выглядит, для примера, метод расчета "по Ляпунову" устойчивости нулевого решения следующей системы нелинейных дифференциальных автономных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = f_1(x_1; \dots x_n) \\ \dots \\ \frac{dx_n}{dt} = f_n(x_1; \dots x_n). \end{cases} \quad (8)$$

Введем в рассмотрение функцию V переменных $x_1 \dots x_n$, которая равна нулю тогда, когда все переменные равны нулю, и положительна для всех других значений переменной. Примером такой функции может служить

$$V = x_1^2 + \dots x_n^2. \quad (9)$$

Вычислим теперь полную производную по времени функции V на решениях системы (8). Такую производную называют "производной в силу системы (8)". Используем известную формулу для полной производной

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial x_1} \frac{dx_1}{dt} + \dots \frac{\partial V}{\partial x_n} \frac{dx_n}{dt} \quad (10)$$

и подставим вместо каждой из производных $\frac{dx_1}{dt}$ их значения из уравнений (8). Получим для "производной в силу системы" формулу

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial x_1} f_1(x_1; \dots; x_n) + \dots + \frac{\partial V}{\partial x_n} f_n(x_1; \dots; x_n). \quad (11)$$

Пусть теперь функция V такова, что производная (11) для всех $x_1 \neq 0$ отрицательна. Такую функцию называют функцией Ляпунова, поскольку еще в 1982 г. А. М. Ляпунов доказал, что если такая функция существует, то нулевое решение системы (8) (т. е. решение $x_1 = x_2 = \dots = x_n = 0$) асимптотически устойчиво [149].

Доказательство А. М. Ляпунова допускает наглядную интерпретацию: если производная функции V отрицательна, то функция будет только убывать, стремясь к своему наименьшему значению, к нулю, а поскольку $V = 0$ достигается лишь при $x_1 = x_2 = \dots = x_n = 0$, то и все переменные $x_1(t)$ будут стремиться к нулям, и нулевое решение устойчиво.

Мы изложили наиболее простую часть теории Ляпунова. Несколько более сложными будут те случаи, когда исследуемые дифференциальные уравнения неавтономны, когда производные функций Ляпунова не обязательно отрицательны, а только не положительны и т. п. Однако в целом теория Ляпунова — в том виде, который она приняла в руках его продолжателей, — вполне доступна.

Подчеркнем главное: если найдена та или иная функция Ляпунова, то вопрос об устойчивости нулевого решения нелинейной системы решен, а вопрос об устойчивости любого решения несложно свести к исследованию устойчивости нулевого решения. Поэтому, несмотря на то, что отыскать функцию Ляпунова нелегко, а общих методов нахождения таких функций на сегодня не существует, построением функций Ляпунова занимались многие исследователи: В. И. Зубов [92, 95], Е. А. Барбашин [19], Ла-Салль, Лефшец [148], А. И. Лурье [159], И. Г. Малкин [34], Н. Д. Моисеев [159] и многие другие.

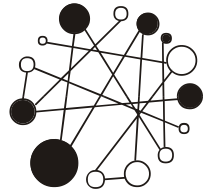
После того как в работах И. В. Вышнеградского, А. Стодолы, А. М. Ляпунова и других ученых была решена важнейшая проблема расчета устойчивости, автоматическое управление и регу-

лирование стало быстро развиваться, с каждым новым десятилетием охватывая все новые и новые области приложений.

В XX веке вслед за регулированием частоты вращения паровых машин регуляторы с обратной связью стали поддерживать постоянство частоты вращения паровых и газовых турбин, двигателей внутреннего сгорания, электродвигателей и т. п. Регуляторы частоты вращения (и других параметров) самых различных устройств и механизмов стали исчисляться уже не десятками тысяч, как в XIX веке, а миллионами. Затем стали переходить к более сложным задачам, когда целью управления становилось не просто поддержание постоянства какой-либо регулируемой величины, а изменение ее по требуемому закону, по заранее заданной программе. Появились многочисленные системы программного управления и следящие системы.

Программы управления могли передаваться на большое расстояние — например, посредством радиосигналов — и тогда получались системы дистанционного управления, управления на расстоянии. Подобные системы называли еще системами телемеханики, и ими особенно увлекались в 30-х годах XX века.

С точки зрения теории и расчета систем эти новые области приложений не влекли за собой чего-либо принципиально нового. Те же самые регуляторы с обратной связью, которые обеспечивали малость отклонения регулируемой величины $x(t)$ от постоянного значения x_0 могли обеспечивать и малость отклонения той же величины $x(t)$ от требуемого программного значения $y(t)$. Для этого в канал обратной связи достаточно было подавать не разность $\varepsilon = x(t) - x_0$, а разность $\varepsilon = x(t) - y(t)$, и хороший регулятор с обратной связью легко обеспечивал движение объекта управления, близкое к заданному закону программного движения: $x(t) = y(t)$. Основные трудности заключались в записи и хранении обширных программ управления, в передаче их на расстояние (для систем телемеханики) с учетом неизбежных помех при передаче. Для преодоления этих трудностей в те годы было изобретено и реализовано немало остроумных технических решений, сейчас уже не представляющих интереса.



§ 2. Частотные методы и обеспечение инвариантности

Рубежом для следующего этапа развития автоматического управления и регулирования следует считать 1932 год — год опубликования частотного критерия устойчивости Найквиста (Nyquist),

К этому времени количество самых разнообразных регуляторов и устройств управления в промышленности и на транспорте исчислялось миллионами. Возникла потребность в подготовке большого числа инженеров и техников для грамотной эксплуатации многочисленных систем управления, систем автоматики и телемеханики, для проектирования и расчета новых систем.

В те годы быстродействующей вычислительной техники еще не было, поэтому вычисления, связанные с критерием устойчивости Гурвица, были трудоемки, и более удобными оказались частотные методы. Вместо того чтобы проверять, является ли характеристический полином замкнутой системы

$$A(D) = a_n D^n + a_{n-1} D^{n-1} + \dots a_0 \quad (12)$$

гурвицевым или нет (что при большой степени n действительно требует громоздких вычислений), стали строить на комплексной плоскости годограф функции.

$$F(j\omega) = a_n (j\omega)^n + a_{n-1} (j\omega)^{n-1} + \dots a_0$$

(т. е. оператор дифференцирования в (12) заменили на число $j\omega$, где $j = \sqrt{-1}$, а переменная ω (частота) имеет размерность 1/время) и на основании поведения годографа этой функции

выносили суждение об устойчивости. В 1932 г. был опубликован метод Найквиста для суждения об устойчивости по годографу, а в 1938 г. А. В. Михайлов предложил более простой расчетный метод [158].

В дальнейшем автоматическое управление и регулирование формировалось как научная дисциплина и как учебный курс для высших учебных заведений прежде всего на основе частотных методов. На их основе писались учебники и учебные пособия (одним из первых учебников был учебник Авенира Аркадьевича Воронова [55]), и традиция опираться на частотные методы сохранилась даже после широкого распространения быстродействующей вычислительной техники, когда в частотных методах уже не было необходимости (так, например, вышедшее в 1990 г. учебное пособие [13] основывалось еще на частотных характеристиках).

В 30-е годы XX века постоянно растущие роль и значение автоматического управления и регулирования привели к организации в 1939 г. в Москве научно-исследовательского института автоматики и телемеханики Академии наук СССР (переименованного позднее в Институт проблем управления). Первым директором института был академик Виктор Сергеевич Кулебакин (1891—1970). Еще раньше, в 1936 г. стал выходить научный журнал "Автоматика и телемеханика", который до последнего времени остается наиболее авторитетным журналом в области управления (в его названии отразилась бытовавшая в 30-х годах XX века увлечение телемеханикой).

В этом журнале в 1939 г. была опубликована статья профессора Георгия Владимировича Щипанова (1903—1953) — основателя первой в Советском Союзе кафедры автоматики в Московском авиационном институте — посвященная второму принципу управления: не управлению "по отклонению" (как в системах с обратной связью), а управлению "по возмущению", когда управляющее воздействие непосредственно компенсирует влияние возмущающего воздействия на объект управления [278].

Теория "управления по возмущению" возникла из анализа давно применяемых остроумных технических решений по компенсации

возмущений. Характерным примером являются генераторы постоянного тока, в которых возмущающим воздействием, изменяющим величину напряжения на зажимах генератора, является ток нагрузки. Через поперечную реакцию якоря ток нагрузки уменьшает магнитное поле генератора и тем самым снижает его напряжение, что, разумеется, нежелательно. Для компенсации размагничивающего действия реакции якоря и падения напряжения в якорной обмотке еще в XIX веке была изобретена дополнительная последовательная (называемая еще серийной) обмотка возбуждения, по которой пропускался полный ток нагрузки (рис. 3, 4). На рис. 4 показана схема подключения к сети генератора с дополнительной последовательной обмоткой возбуждения, на рис. 3 — без такой обмотки.

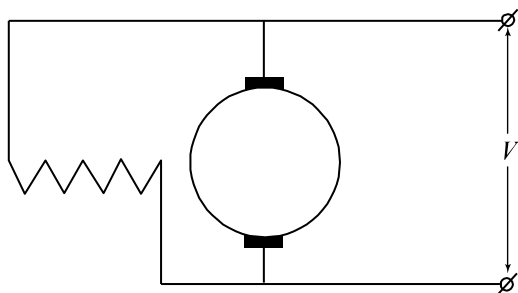


Рис. 3

При правильном выборе числа витков последовательной обмотки она компенсировала возмущающее воздействие нагрузки, и напряжение генератора становилось инвариантным по отношению к возмущению без регулятора с обратной связью. Конечно, в случае с генератором достижение инвариантности облегчалось тем, что нагрузочный ток легко направить в обмотку возбуждения, и тогда он непосредственно, без преобразования, компенсирует свое возмущающее воздействие на величину напряжения. Однако Г. В. Щипанов показал, что и для многих других технических объектов возмущающий фактор — но только соответствующим образом преобразованный и направленный — может обеспечить