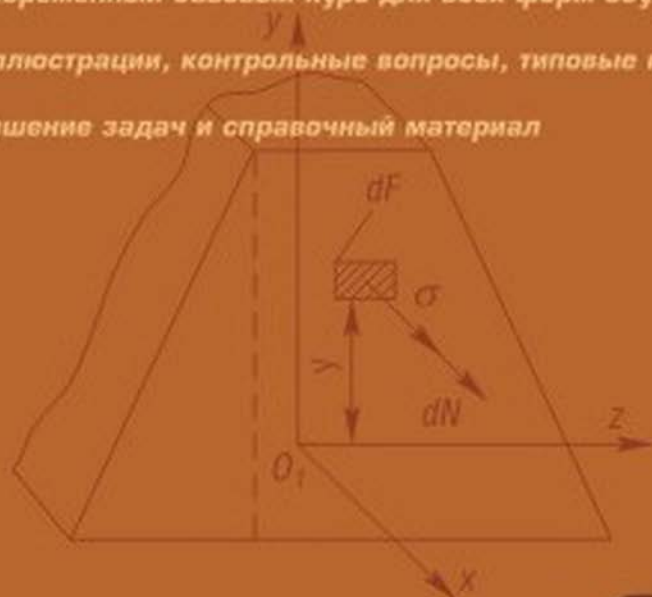


В.Т. Кочетов  
М.В. Кочетов  
А.Д. Павленко

# СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

---

- Современный базовый курс для всех форм обучения
- Иллюстрации, контрольные вопросы, типовые примеры
- Решение задач и справочный материал



**Виктор Кочетов  
Михаил Кочетов  
Александр Павленко**

# **СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ**

**Издание 3-е,  
переработанное и дополненное**

**Рекомендовано УМО вузов РФ по строительному образованию  
в качестве учебного пособия для студентов технических специальностей**

Санкт-Петербург  
«БХВ-Петербург»

2004

УДК 539.3/6  
ББК 30.121я73  
К55

**Кочетов В. Т., Кочетов М. В., Павленко А. Д.**

К55 Сопrotивление материалов: Учеб. пособие для вузов. — 3-е изд., перераб. и доп. — СПб.: БХВ-Петербург, 2004. — 544 с.: ил.

ISBN 5-94157-484-3

Учебное пособие включает в себя все основные разделы общепрофессиональной дисциплины "Сопrotивление материалов": геометрические характеристики сечений, виды деформаций и напряжений, прочность и жесткость, испытание материалов и расчет конструкций. В соответствии с современными государственными образовательными стандартами рассматриваются также разделы о малоцикловоy усталости материалов и механике их разрушения. Кроме теоретических сведений и большого количества иллюстративного и справочного материала, книга содержит контрольные вопросы, разобранные задачи и практические задания с решениями по каждой теме курса.

*Для студентов вузов всех форм обучения по сокращенной и полной программе, преподавателей средних профессиональных учебных заведений машиностроительных и строительных специальностей и инженерно-технических работников*

УДК 539.3/6  
ББК30.121я73

Рецензенты:

доктор физико-математических наук Б. В. Власов,  
доктор физико-математических наук И. М. Дунаев,  
кандидат технических наук Н. С. Глухов

**Группа подготовки издания:**

Главный редактор	<i>Екатерина Кондукова</i>
Зам. гл. редактора	<i>Людмила Еремеевская</i>
Зав. редакцией	<i>Григорий Добин</i>
Редактор	<i>Наталья Довгулевич</i>
Компьютерная верстка	<i>Натальи Караваевой</i>
Корректоры:	<i>Елена Самсонович, Виктория Пиотровская</i>
Дизайн обложки	<i>Игоря Цырульникова</i>
Зав. производством	<i>Николай Тверских</i>

Лицензия ИД № 02429 от 24.07.00. Подписано в печать 09.04.04.

Формат 70×100<sup>1/16</sup>. Печать офсетная. Усл. печ. л. 44.

Тираж 4 000 экз. Заказ №

"БХВ-Петербург", 190005, Санкт-Петербург, Измайловский пр., 29.

Гигиеническое заключение на продукцию, товар № 77.99.02.953.Д.001537.03.02 от 13.03.2002 г. выдано Департаментом ГСЭН Минздрава России.

Отпечатано с готовых диапозитивов  
в Академической типографии "Наука" РАН  
199034, Санкт-Петербург, 9 линия, 12.

ISBN 5-94157-484-3

© Кочетов В. Т., Кочетов М. В., Павленко А. Д., 2004  
© Оформление, издательство "БХВ-Петербург", 2004

# Содержание

<b>Предисловие к третьему изданию.....</b>	<b>11</b>
<b>Глава 1. Общие понятия.....</b>	<b>13</b>
1.1. История развития науки о сопротивлении материалов.....	13
1.2. Наука о сопротивлении материалов.....	15
1.3. Силы внешние и внутренние.....	16
1.4. Понятие о деформациях и напряжениях.....	17
1.5. Метод сечений.....	19
1.6. Виды деформаций.....	22
1.7. Гипотезы, применяемые в науке о сопротивлении материалов.....	26
1.8. Контрольные вопросы.....	27
<b>Глава 2. Геометрические характеристики плоских сечений.....</b>	<b>29</b>
2.1. Статические моменты площади. Центр тяжести площади.....	29
2.2. Моменты инерции плоских фигур.....	31
2.3. Формулы перехода для моментов инерции при параллельном переносе осей.....	34
2.4. Моменты инерции простейших геометрических фигур.....	35
2.5. Формулы преобразования моментов инерции при повороте осей на угол $\alpha$ .....	40
2.6. Главные оси. Главные моменты инерции.....	41
2.7. Радиус инерции. Эллипс инерции.....	43
2.8. Моменты сопротивления.....	46
2.9. Порядок определения главных моментов инерции. Решение примеров.....	47
2.10. Контрольные вопросы.....	51
<b>Глава 3. Растяжение и сжатие.....</b>	<b>53</b>
3.1. Напряжения и деформации при растяжении и сжатии. Закон Гука. Понятие о допустимом напряжении. Три рода задач.....	53
3.2. Поперечная деформация. Коэффициент Пуассона.....	55

3.3. Расчет бруса с учетом собственного веса.....	58
3.4. Брус равного сопротивления.....	62
3.5. Контрольные вопросы.....	64
<b>Глава 4. Испытание материалов .....</b>	<b>65</b>
4.1. Виды испытаний материалов .....	65
4.2. Испытательные машины.....	66
4.3. Испытание на растяжение. Диаграмма растяжения .....	72
4.4. Истинная и условная диаграммы напряжений .....	77
4.5. Потенциальная энергия и работа деформации .....	78
4.6. Испытание материалов на сжатие .....	79
4.7. Концентрация напряжений. Выбор допускаемых напряжений.....	82
4.8. Ползучесть, длительная прочность, релаксация напряжений, последствие .....	86
4.9. Контрольные вопросы.....	88
<b>Глава 5. Статически неопределимые стержневые системы .....</b>	<b>91</b>
5.1. Понятие о статически неопределимых системах.....	91
5.2. Расчет статически неопределимых систем при действии на них внешней нагрузки .....	92
5.3. Решение статически неопределимых стержневых систем при воздействии на них внешней нагрузки, температуры и неточности изготовления стержней.....	98
5.4. Расчет статически неопределимых стержневых систем методом разрушающих нагрузок и методом предельных состояний .....	100
5.5. Контрольные вопросы.....	103
<b>Глава 6. Основы теории напряженного и деформированного состояния ....</b>	<b>105</b>
6.1. Напряженное состояние в точке твердого тела.....	105
6.2. Линейное напряженное состояние.....	108
6.3. Плоское напряженное состояние .....	110
6.4. Объемное напряженное состояние.....	113
6.5. Определение главных напряжений (случай плоского напряженного состояния).....	114
6.6. Графическое определение напряжений с помощью круга Мора (прямая задача).....	116
6.7. Обобщенный закон Гука в общем случае напряженного состояния .....	119
6.8. Чистый сдвиг. Зависимость между модулями упругости первого $E$ и второго рода $Q$ .....	122
6.9. Деформация элемента объема в общем случае .....	125

6.10. Потенциальная энергия упругой деформации при сложном напряженном состоянии.....	127
6.11. Контрольные вопросы.....	132
<b>Глава 7. Теория прочности .....</b>	<b>133</b>
7.1. Состояние вопроса .....	133
7.2. Понятие о закономерностях деформирования и разрушения материала.....	135
7.3. Классические теории прочности .....	138
7.4. Обобщенная теория предельных состояний (теория Мора).....	142
7.5. Контрольные вопросы.....	145
<b>Глава 8. Сдвиг. Срез. Смятие .....</b>	<b>147</b>
8.1. Сдвиг. Закон Гука при сдвиге. Напряжение при сдвиге .....	147
8.2. Потенциальная энергия при сдвиге .....	150
8.3. Срез .....	151
8.4. Допускаемые напряжения при сдвиге. Условие прочности .....	152
8.5. Смятие.....	154
8.6. Расчет заклепочных соединений.....	156
8.7. Расчет сварных соединений .....	160
8.8. Контрольные вопросы.....	163
<b>Глава 9. Кручение .....</b>	<b>165</b>
9.1. Понятие о кручении .....	165
9.2. Напряжения и деформации при кручении.....	167
9.3. Расчет брусев круглого поперечного сечения на прочность и жесткость.....	171
9.4. Кручение стержней некруглого поперечного сечения.....	176
9.5. Потенциальная энергия при кручении .....	178
9.6. Расчет на прочность цилиндрических винтовых пружин с малым шагом.....	179
9.7. Конструктивный расчет пружины .....	181
9.8. Расчет круглого бруса по разрушающей нагрузке .....	185
9.9. Контрольные вопросы.....	187
<b>Глава 10. Поперечный изгиб.....</b>	<b>189</b>
10.1. Понятие о поперечном изгибе. Внешние силы, действующие на балки, опоры и опорные реакции .....	189
10.2. Определение опорных реакций.....	193
10.3. Чистый изгиб. Поперечная сила и изгибающий момент .....	196

10.4. Дифференциальная зависимость между поперечной силой $Q$ , изгибающим моментом $M$ и распределенной нагрузкой $q$ (теорема Д. И. Журавского).....	200
10.5. Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов.....	202
10.6. Контроль правильности построения эпюр $Q$ и $M$ .....	205
10.7. Многопролетные статически определимые балки.....	209
10.8. Построение эпюр $Q$ , $N$ и $M$ для статически определимых рам.....	212
10.9. Построение эпюр для криволинейных стержней.....	218
10.10. Построение эпюр поперечных и продольных сил, крутящих и изгибающих моментов для пространственных статически определимых систем.....	223
10.11. Контрольные вопросы.....	226
<b>Глава 11. Напряжения при поперечном изгибе .....</b>	<b>229</b>
11.1. Определение нормальных напряжений при поперечном изгибе. Условие прочности.....	229
11.2. Определение касательных напряжений при поперечном изгибе балки прямоугольного сечения (формула Д. И. Журавского). Условие прочности .....	236
11.3. Полная проверка балок на прочность.....	244
11.4. Понятие о центре изгиба .....	251
11.5. Потенциальная энергия при поперечном изгибе .....	254
11.6. Расчет балок по разрушающей нагрузке.....	255
11.7. Контрольные вопросы.....	258
<b>Глава 12. Определение перемещений при поперечном изгибе.....</b>	<b>259</b>
12.1. Дифференциальное уравнение изогнутой оси .....	259
12.2. Метод непосредственного интегрирования дифференциального уравнения .....	262
12.3. Метод начальных параметров.....	264
12.4. Графоаналитический метод определения перемещений.....	273
12.5. Энергетический способ определения перемещений .....	277
12.6. Теорема о взаимности работ.....	281
12.7. Теорема Кастельяно.....	283
12.8. Теорема Максвелла — Мора.....	286
12.9. Правило Верещагина.....	289
12.10. Контрольные вопросы.....	294
<b>Глава 13. Сложное сопротивление .....</b>	<b>295</b>
13.1. Косой изгиб.....	295
13.2. Определение перемещений при косом изгибе.....	298

13.3. Внецентренное сжатие или растяжение.....	300
13.4. Понятие о ядре сечения.....	303
13.5. Совместное действие изгиба и кручения.....	306
13.6. Контрольные вопросы.....	315
<b>Глава 14. Статически неопределимые балки.....</b>	<b>317</b>
14.1. Понятие о статически неопределимых балках.....	317
14.2. Решение простейших статически неопределимых балок.....	318
14.3. Теорема о трех моментах.....	322
14.4. Порядок расчета неразрезных балок.....	325
14.5. Контрольные вопросы.....	334
<b>Глава 15. Статически неопределимые рамы.....</b>	<b>337</b>
15.1. Понятие о статически неопределимых рамах.....	337
15.2. Метод сил.....	340
15.3. Порядок расчета статически неопределимых рам.....	342
15.4. Использование свойств симметрии при решении статически неопределимых рам.....	353
15.5. Решение неразрезных балок методом сил.....	357
15.6. Контрольные вопросы.....	360
<b>Глава 16. Плоские кривые брусья.....</b>	<b>361</b>
16.1. Понятие о кривых брусьях.....	361
16.2. Определение нормальных напряжений при чистом изгибе кривого бруса.....	363
16.3. Определение положения нейтрального слоя для плоских кривых брусьев.....	367
16.4. Расчет плоских кривых брусьев на прочность.....	369
16.5. Контрольные вопросы.....	372
<b>Глава 17. Продольный изгиб.....</b>	<b>373</b>
17.1. Понятие об устойчивом и неустойчивом равновесиях стержня. Критическая сила.....	373
17.2. Формула Эйлера для определения критической силы.....	375
17.3. Пределы применимости формулы Эйлера.....	379
17.4. Продольно-поперечный изгиб.....	387
17.5. Контрольные вопросы.....	392
<b>Глава 18. Тонкостенные сосуды и толстостенные цилиндры.....</b>	<b>393</b>
18.1. Расчет тонкостенных осесимметричных сосудов.....	393
18.2. Расчет толстостенных цилиндров.....	400
18.3. Контрольные вопросы.....	408



<b>Глава 19. Расчеты на прочность при воздействии динамических нагрузок</b> .....	<b>409</b>
19.1. Напряжение в деталях конструкции, движущихся поступательно .....	409
19.2. Расчет троса грузоподъемного устройства .....	411
19.3. Расчет вращающегося кольца.....	412
19.4. Напряжения и деформации при ударе .....	416
19.5. Напряжения, вызванные упругими колебаниями системы .....	422
19.6. Контрольные вопросы.....	427
<b>Глава 20. Понятие о механике разрушения</b> .....	<b>429</b>
20.1. Виды разрушения. Типы трещин.....	429
20.2. Дефекты структуры тела, способствующие разрушению.....	431
20.3. Теоретическая и техническая прочности. Теория Гриффитса .....	436
20.4. Силовой критерий разрушения — $K_{Ic}$ .....	441
20.5. Расчет на прочность материалов с трещинами .....	446
20.6. Контрольные вопросы.....	448
<b>Глава 21. Усталость материала</b> .....	<b>449</b>
21.1. Понятие об усталости материала .....	449
21.2. Характеристики усталостного нагружения. Циклы нагружения .....	451
21.3. Испытание материалов на усталость. Предел выносливости .....	453
21.4. Диаграмма предельных напряжений .....	459
21.5. Влияние различных факторов на предел выносливости материала.....	461
21.6. Диаграмма усталостной прочности. Определение коэффициента запаса <i>nr</i> .....	466
21.7. Контрольные вопросы.....	473
<b>Глава 22. Малоцикловая усталость материала</b> .....	<b>475</b>
22.1. Полная кривая усталости .....	475
22.2. Испытательные машины на малоцикловую усталость.....	477
22.3. Испытания на малоцикловую усталость .....	478
22.4. Основы методов расчета на малоцикловую усталость.....	485
22.5. Контрольные вопросы.....	489
<b>Приложение 1. Сортамент прокатной стали</b> .....	<b>491</b>
1.1. Уголки равнобокие (ГОСТ 8509–72).....	491
1.2. Уголки неравнобокие (ГОСТ 8510–72) .....	497
1.3. Балки двутавровые (ГОСТ 8239–72).....	501
1.4. Швеллеры (ГОСТ 8240–72*) .....	504

Приложение 2. Осевые моменты инерции, моменты сопротивления и радиусы инерции плоских фигур .....	507
Приложение 3. Механические характеристики жаропрочных сплавов .....	512
Приложение 4. Механические характеристики пружинных сталей, МПа.....	515
Приложение 5. Пределы прочности некоторых материалов, МПа.....	517
Приложение 6. Механические характеристики чугуна, МПа .....	518
Приложение 7. Механические характеристики углеродистых конструкционных сталей .....	519
Приложение 8. Модули упругости и коэффициенты Пуассона .....	521
Приложение 9. Ориентировочные величины основных допустимых напряжений на растяжение и сжатие, МПа .....	523
Приложение 10. Допустимые напряжения на срез для заклепочных и сварных соединений.....	525
Приложение 11. Коэффициенты линейного расширения $\alpha$ (на 1 °С).....	526
Список литературы .....	527
Предметный указатель .....	529

# Предисловие к третьему изданию

Изданию данного учебного пособия по курсу "Сопротивление материалов" предшествовало два издания учебного пособия по этому же курсу.

Первое издание с грифом Минвуза СССР вышло тиражом 8 тыс. экземпляров в издательстве Ростовского университета в 1987 г. Опубликованное учебное пособие было переработано, дополнено и подготовлено к переизданию, т. к. в издательство РГУ поступило 12 тыс. заявок на книгу, но в связи с развернувшейся перестройкой переиздание книги не состоялось.

Причиной спроса на книгу в стране послужило большое количество студентов-заочников и вечерников, для которых не хватало пособия, достаточно простого в теоретическом плане и наполненного разобранными типовыми задачами по курсу, в отличие от фундаментальных учебников таких авторов, как В. И. Феодосьев, Н. М. Беляев, группы авторов во главе с Г. С. Писаренко.

Второй причиной послужили семинары 1979 и 1984 гг., проводившиеся в Москве Министерством высшего и среднего специального образования РСФСР, на которых отмечалось, что в существующих учебниках и пособиях по курсу не освещены разделы о механике разрушения и малоциклового усталости.

Данное издание было переработано и дополнено В. Т. Кочетовым в соавторстве с доцентом кафедры общинженерных дисциплин Армавирского механико-технологического института Кубанского государственного технологического университета А. Д. Павленко и старшим преподавателем М. В. Кочетовым и в 2001 г. вышло в свет под грифом УМО вузов РФ по строительному образованию в издательстве "Феникс" (Ростов-на-Дону).

Тщательно изучив примерную программу, разработанную Министерством образования РФ, которая была опубликована и одобрена в 1996 и 2001 гг., авторы подготовили очередное третье издание книги.

Пособие состоит из 22 глав и рассчитано на чтение курса в два семестра, в каждом из которых предполагается изучить 11 глав. В книге рассматриваются:

- общие понятия;
- геометрические характеристики плоских сечений;

- растяжение и сжатие;
- испытание материалов;
- статически неопределимые стержневые системы;
- основы теории напряженного и деформированного состояния;
- теория прочности;
- сдвиг, срез, смятие;
- кручение;
- поперечный изгиб;
- напряжения при поперечном изгибе;
- определение перемещений при поперечном изгибе;
- сложное сопротивление;
- статически неопределимые балки;
- статически неопределимые рамы;
- плоские кривые брусья;
- продольный изгиб;
- тонкостенные сосуды и толстостенные цилиндры;
- расчеты на прочность при воздействии динамических нагрузок;
- понятие о механике разрушения;
- усталость материала;
- малоцикловая усталость материала.

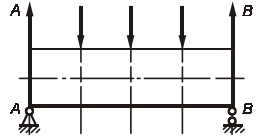
Пособие рассчитано на все инженерные специальности, но особенно будет полезно студентам строительных специальностей.

Авторы приносят глубокую благодарность сотрудникам кафедры Строительная механика и сопротивление материалов Кубанского государственного технологического университета, сотрудникам кафедры Сопротивление материалов Санкт-Петербургского технического университета, а также кафедры Материаловедение Армавирского государственного педагогического университета, прочитавшим книгу в рукописи и сделавшим ряд ценных замечаний.

Авторы благодарят сотрудников кафедры общеинженерных дисциплин Армавирского механико-технологического института Кубанского государственного технологического университета за помощь, оказанную при подготовке книги к переизданию.

Авторы будут признательны коллективам, отдельным лицам за благожелательные замечания которые будут учтены при очередном переиздании книги.

Авторы



# Глава 1

## Общие понятия

### 1.1. История развития науки о сопротивлении материалов

Как только человек начал заниматься строительством, он убедился в необходимости располагать сведениями о сопротивлении материалов, на основе которых можно было бы выбирать надежные размеры частей сооружения. Уже в Древнем Египте и Греции люди могли определять центр тяжести, пользовались рычагом.

В период средневековья многие знания были утрачены, и лишь в эпоху Возрождения задачи механики и статики стали успешно решаться. Среди блестящего созвездия ученых этого периода выделяется Леонардо да Винчи (1452–1519), который уже умел пользоваться правилом параллелограмма, испытывал проволоку на разрыв, рассчитывал балки на двух опорах.

Первые попытки установления безопасных размеров элементов сооружений аналитическим путем относятся к XVII в. В книге Г. Галилея (1564–1642) "Беседы и математические доказательства, касающиеся двух новых отраслей науки, относящихся к механике и местному движению" сделана попытка привести известные ему методы анализа напряжений в логическую систему. Эта книга знаменует собой возникновение науки о прочности, т. е. сопротивлении материалов. Галилеем изучались консольные и двухпролетные балки, велись испытания материалов на разрыв, при строительстве сооружений он учитывал их собственный вес. Решая задачи механики, Галилей уже в то время пользовался принципом виртуальных (возможных) перемещений.

XVII в. был эпохой быстрого развития математики, астрономии, естественных наук. Ученые начали проводить эксперименты, но поскольку университеты находились под контролем церкви, стали образовываться научные

общества, которые в дальнейшем реорганизовывались в академии наук. Так были основаны академии в Риме, Венеции, Лондоне, Париже, Берлине и в 1724 г. — в Петербурге. Все академии издавали научные труды, что позволяло ученым различных стран следить за работами друг друга.

В 1660 г. вышла из печати книга Р. Гука (1635–1703) "О восстановительной способности, или об упругости", в которой был сформулирован знаменитый закон о линейном соотношении между силой и деформацией. В 1726 г. в Россию по инициативе Петра I был приглашен в Петербургскую академию наук молодой швейцарский ученый Л. Эйлер (1707–1783), в дальнейшем прославивший русскую науку трудами в области математики, механики и сопротивления материалов. Неопубликованные труды Эйлера печатались в течение 40 лет после его смерти. Разработанная им теория устойчивости стержней используется и сейчас.

Первая книга по сопротивлению материалов была опубликована французским ученым А. Навье (1785–1836). Книга выдержала три издания (третье, посмертное, редактировалось Сен-Венаном и было выпущено в 1864 г.), сыграла большую роль в развитии науки о прочности (ею пользовались в течение века).

Значительный вклад в науку о сопротивлении материалов внесли Ж. Л. Лагранж, Ш. О. Кулон, Т. Юнг, О. Л. Коши, С. Д. Пуассон, Г. Ламе, Б. П. Э. Клапейрон (Ламе и Клапейрон длительное время работали в России, были основателями Петербургского института путей сообщения).

Бурный рост промышленности в XIX в., внедрение паровых машин, строительство железных дорог, мостов, плотин, каналов и больших судов вызвали еще более быстрое развитие науки о прочности. Важные исследования были проведены русскими учеными М. В. Остроградским, Д. И. Журавским, А. В. Гадолиным, Х. С. Головиным, В. Л. Кирпичевым, И. Г. Бубновым, С. П. Тимошенко, Ф. С. Ясинским и др. В области испытания материалов исключительное значение имели работы немецких ученых Вёлера и Баушингера (основоположников испытаний на выносливость) и русского ученого Н. А. Белелюбского.

Наибольшее развитие наука о сопротивлении материалов получила в XX в. в России и за рубежом в связи с развитием авиации, крупнотоннажного флота, атомного энергостроения, ракетной и космической техники. В нашей стране наука о сопротивлении материалов стала бурно развиваться в конце XIX в. и в течение XX в. вместе с расширением сети высших технических учебных заведений, научно-исследовательских и проектных институтов. Важные исследования в этот период проведены А. Н. Крыловым (автором теории непотопляемости корабля), В. В. Власовым (автором теории расчета

тонкостенных стержней), Б. Г. Галеркиным, К. С. Завриевым, Н. М. Беляевым, Б. Н. Жемочкиным, А. А. Уманским, С. Д. Пономаревым, Н. И. Безуховым и другими известными учеными. Из зарубежных исследователей следует отметить английского ученого А. Гриффитса, автора фундаментальной теории развития трещины, которая имеет чрезвычайно важное значение на современном этапе развития техники. Опыты Гриффитса послужили основой для введения в практику коэффициента вязкости разрушения  $K_{Ic}$ .

Выдающиеся русские ученые нашего времени А. А. Ильющин, Л. И. Седов, Н. И. Мухелишвили, В. В. Новожилов, В. В. Болотин, И. Ф. Образцов, А. Ф. Смирнов, Ю. Н. Работнов, С. В. Серенсен, Г. С. Писаренко, Ю. И. Ягн, Я. Б. Фридман, В. И. Феодосьев, В. С. Иванова также внесли большой вклад в развитие науки о прочности.

## 1.2. Наука о сопротивлении материалов

Сопротивление материалов — важная общинженерная наука, необходимая для инженера любой специальности. Без фундаментальных знаний в этой области невозможно создание различных машин и инженерно-технических сооружений.

Что же это за наука? Чем она занимается? Какие задачи решает?

*Сопротивление материалов* — это наука об инженерных методах расчета на прочность, жесткость и устойчивость элементов сооружений и деталей машин.

Под *прочностью* понимается способность элементов конструкции или деталей машин выдерживать определенную нагрузку, не разрушаясь.

Под *жесткостью* понимается способность элементов конструкции или деталей машин противостоять внешним нагрузкам при ограниченных деформациях. При заданных нагрузках деформации не должны превышать определенной величины, устанавливаемой в соответствии с требованиями, предъявляемыми к конструкции.

*Устойчивость* называется способность элемента конструкции сохранять определенную начальную форму упругого равновесия.

При решении этих трех основных задач сопротивление материалов основывается на теоретических и опытных данных, имеющих для науки одинаково важное значение. Теоретическая часть сопротивления материалов базируется на теоретической механике и математике, а экспериментальная — на физике и материаловедении.

Чтобы конструкция отвечала требованиям прочности, жесткости и устойчивости, т. е. была надежной в эксплуатации и экономичной, ее элементы

должны иметь рациональную форму и размеры, для чего необходимо знать свойства материала, из которого конструкция будет изготовлена.

Увеличение размеров конструкции не всегда приводит к повышению прочности, т. к. при этом повышается ее вес, а в случае движущихся деталей — возрастают силы инерции. При проектировании необходимо учитывать как технологические, так и экономические факторы, поскольку машины или ооружения должны быть прочными и надежными в эксплуатации и в то же время — легкими и дешевыми.

Учитывая большое разнообразие конструктивных форм элементов конструкций и деталей машин, встречающихся на практике, в сопротивлении материалов рассматриваются четыре простых тела: брус (или стержень), оболочка, пластинка и массивное тело.

*Брусом* или *стержнем* называется тело, продольные размеры которого значительно превышают его поперечные размеры. Примером могут служить балки, валы или оси, элементы ферм и т. п.

*Оболочка* — это тело, ограниченное криволинейными поверхностями, расположенными на близком расстоянии друг от друга. По своей форме оболочки могут быть сферические, цилиндрические, конические. К оболочкам относятся различного рода резервуары, котлы, купола зданий, корпуса подводных лодок, обшивка фюзеляжа самолета и т. п.

*Пластинка* — это элемент конструкции, срединная поверхность которого представляет собой плоскость. Примером могут служить крыши и днища резервуаров, перекрытия зданий, различные диски и т. п.

*Массивные тела* — это тела, у которых все три размера одного порядка. К ним относятся фундаменты сооружений, подпорные стенки и т. п.

В сопротивлении материалов задачи, как правило, решаются простыми математическими методами с привлечением ряда упрощенных гипотез и экспериментальных данных. Решения при этом доводятся до расчетных формул, пригодных для применения в инженерной практике.

### 1.3. Силы внешние и внутренние

На элементы конструкций или деталей машин действуют различные внешние силы. Они могут быть либо объемными (собственный вес), либо силами взаимодействия между рассматриваемым элементом и соседним или этим элементом и прилегающей к нему средой (вода, воздух, пар). По характеру действия они подразделяются на статические и динамические.

*Статические нагрузки* прилагаются к конструкции постепенно, они или не меняются, или меняются незначительно. При передаче статических нагрузок



на конструкцию все ее части находятся в равновесии; ускорения элементов конструкции отсутствуют или настолько малы, что ими можно пренебречь. Примером могут служить нагрузки, действующие на гражданские или гидротехнические сооружения.

*Динамические силы (нагрузки)* — это силы, при действии которых в элементах конструкции появляются ускорения. Динамические силы подразделяются на внезапно приложенные, повторно-переменные и ударные. Примером внезапно приложенной нагрузки может служить действие веса железнодорожного состава, проходящего через мост; повторно-переменной — нагрузка на шатун в двигателе внутреннего сгорания; ударной — действие силы удара молота на его фундамент или гидравлический удар в гидросистеме.

По характеру приложения внешние силы подразделяются на сосредоточенные и распределенные.

*Сосредоточенными* называются силы, которые передаются на элемент конструкции через бесконечно малые площадки. Например, действие веса электровагона на рельсы и т. п.

*Распределенные силы* — это силы, действующие на единицу длины или единицу площади конструкции. Примером может служить собственный вес балки, действие снеговой или ветровой нагрузки на сооружение.

По времени действия внешние нагрузки (силы) разделяются на *постоянные* и *временные*. Собственный вес здания — это постоянно действующая нагрузка; поезд, идущий через мост, — это нагрузка временная.

При действии внешних сил на элемент конструкции в сечениях элемента возникают противодействующие силы, получившие название *внутренних сил упругости*. Эти силы сопротивляются стремлению внешних сил разрушить элемент конструкции, изменить его форму, отделить одну часть от другой. Для оценки действия внешних сил на элемент конструкции необходимо научиться определять величину внутренних сил упругости, что может быть осуществлено с помощью метода сечений, который будет рассмотрен далее.

## 1.4. Понятие о деформациях и напряжениях

В отличие от теоретической механики, где анализируются абсолютно твердые тела, в сопротивлении материалов рассматриваются реальные тела, обладающие теми или иными прочностными достоинствами и недостатками. Экспериментально и теоретически установлено, что, как бы твердо ни было тело, при действии на него внешних сил оно изменяет свои размеры и форму и может разрушиться. Это изменение носит общее название *деформации*.

Деформация тела тесно связана с его физическими свойствами. Большинство материалов, применяемых в машиностроении и строительстве, обладают одним и тем же очень важным свойством: тела, выполненные из этих материалов, под действием приложенных к ним сил деформируются, но после удаления внешних сил восстанавливают свою первоначальную форму. Способность тела восстанавливать свою первоначальную форму после удаления внешних сил называется *упругостью*.

Следует отметить, что тело может и не восстановить свою первоначальную форму, если действующие на него силы превзойдут некоторый предел. В этом случае после снятия внешней нагрузки в теле появляются так называемые *остаточные деформации*. В связи с тем что в настоящее время многие конструкции при их эксплуатации испытывают большие нагрузки (фюзеляж самолета, корпус супертанкера, оболочка атомного реактора и т. п.), изучению остаточных деформаций придается исключительно большое значение.

Рассматривая упругую и пластическую деформации с позиций межатомных связей, можно отметить следующее:

- если под действием внешних сил рассматриваемый атом перемещается не более чем на половину межатомного расстояния ( $u < a/2$ ) (рис. 1.4.1, а), то после снятия внешней нагрузки он вернется в первоначальное положение: в данном случае срабатывают внутренние упругие силы. Это и есть *упругая деформация*;

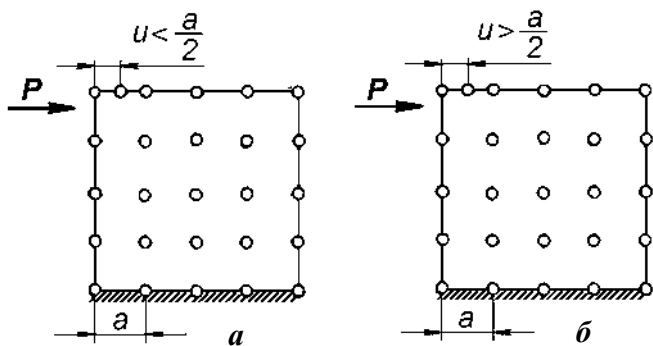


Рис. 1.4.1

- если рассматриваемый атом переместится более чем на половину межатомного расстояния ( $u > a/2$ ), то после снятия внешней нагрузки он не вернется в прежнее положение, а займет место рядом, в соседнем узле (рис. 1.4.1, б). В этом случае наблюдается *остаточная деформация*, т. е. имеют место необратимые перемещения одних слоев атомов относительно

других. Для того чтобы численно характеризовать степень воздействия внешних сил на деформированный элемент, вводится понятие *напряжения*. *Напряжение* представляет собой интенсивность действия внутренних сил, приходящихся на единицу площади, выделенную в какой-либо точке рассматриваемого сечения.

## 1.5. Метод сечений

При действии на тело внешних сил в нем возникают внутренние силы упругости. Внешние силы деформируют тело, внутренние силы упругости стремятся сохранить первоначальную форму и объем тела, т. е. стремятся уничтожить полученную телом деформацию.

При решении задач сопротивления материалов необходимо знать внутренние силы упругости и деформации тела. Для определения внутренних сил упругости в каком-либо сечении тела пользуются *методом сечений*.

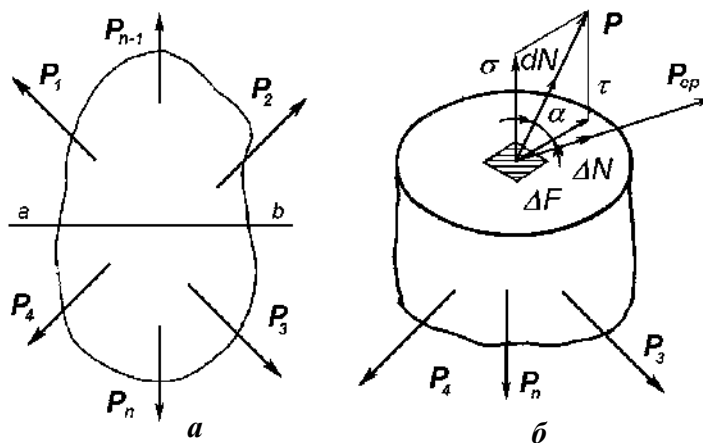


Рис. 1.5.1

Возьмем некое упругое тело, находящееся в состоянии равновесия под действием системы сил  $P_1, P_3, \dots, P_n$  (рис. 1.5.1, а). Рассечем мысленно это тело произвольной плоскостью и на основании аксиомы статики о равенстве действия и противодействия рассмотрим одну из отсеченных частей в состоянии равновесия под действием внешних и внутренних сил упругости, считая отсеченную часть самостоятельным телом, к которому можно применить условия равновесия статики. Рассмотрим нижнюю часть тела. На нее действуют внешние силы  $P_3, P_4, \dots, P_n$  и внутренние силы упругости, распределенные по сечению  $ab$ . Закон распределения их по сечению нам не известен. Метод

сечений дает возможность определить только сумму внутренних сил, действующих в интересующем нас сечении, которая может приводиться к одной силе или паре сил. В общем случае, если стержень расщепить плоскостью, перпендикулярной оси, т. е. поперечным сечением (рис. 1.5.2, б), и разложить главный вектор и главный момент внутренних сил по осям  $x, y, z$ , то на каждой стороне сечения получим шесть внутренних силовых факторов: три силы ( $N, Q_y, Q_z$ ) и три момента ( $M_x, M_y, M_z$ ). Для сил и моментов приняты следующие названия:  $N$  — продольная сила упругости;  $Q_y, Q_z$  — поперечные или *перерезывающие силы*;  $M_x$  — *крутящий момент*;  $M_y, M_z$  — *изгибающие моменты*. Эти термины по мере изучения курса нам будут постоянно встречаться, поэтому их целесообразно запомнить.

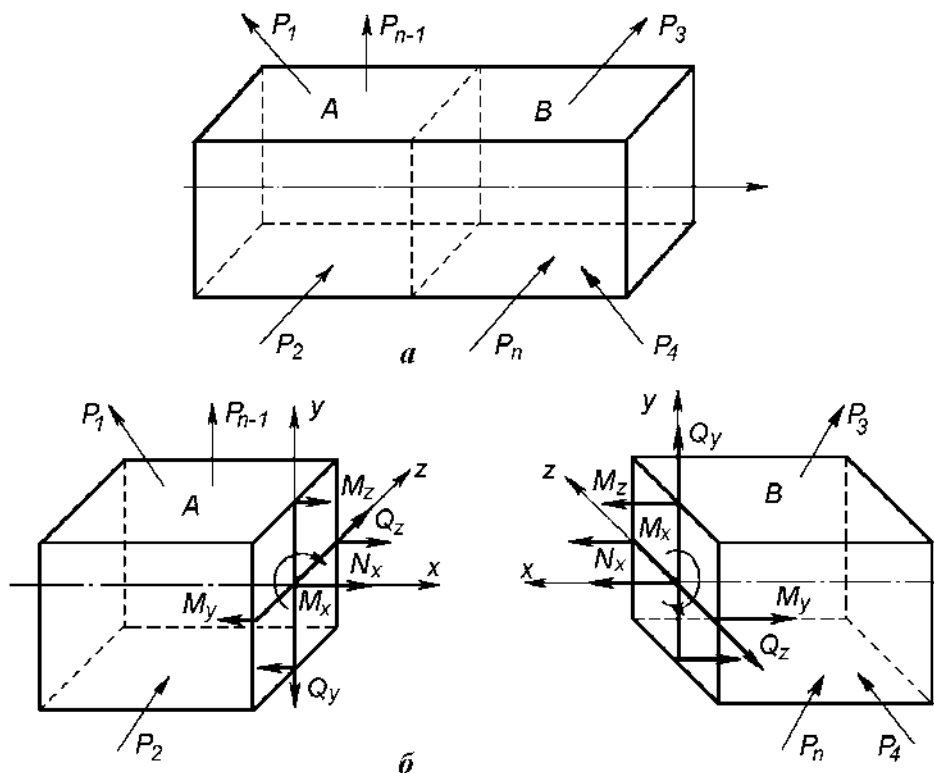


Рис. 1.5.2

Вернемся к рис. 1.5.1. Действие отброшенной верхней части тела заменяем внутренними силами упругости, равнодействующая которых равна равнодействующей внешних сил. Если в сечении выделить малую площадку  $\Delta F$  и предположить, что внутренние силы действуют во всех точках сечения,

то можно утверждать, что и на площадке  $\Delta F$  действует внутренняя малая сила  $\Delta N$ . Отношение внутренней  $\Delta N$  силы к величине выделенной площадки  $\Delta F$  даст среднее напряжение на этой площадке:

$$p_{\text{ср}} = \Delta N / \Delta F. \quad (1.5.1)$$

Таким образом, напряжение — это отношение внутренних сил упругости к единице площади рассматриваемого сечения. Размерность напряжения выражается в единицах силы на единицу площади.

Для определения истинного напряжения (напряжения в точке) возьмем предел от выражения (1.5.1):

$$p = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta F} = \frac{dN}{dF}. \quad (1.5.2)$$

Если предположить, что внутренние силы упругости распределяются по сечению равномерно, то напряжение в любой точке сечения может быть найдено как отношение суммарной силы упругости, действующей в сечении, ко всей площади сечения, т. е.

$$p = N / F. \quad (1.5.3)$$

Как известно, сила — это вектор, а площадь — величина скалярная. Отношение векторной величины к скалярной дает новый вектор того же направления, следовательно, сила  $N$  и напряжение  $p$  в данном случае совпадают по направлению.

В общем случае напряжение  $p$  на данной площадке  $dF$  будет составлять с этой площадкой некоторый угол  $\alpha$  (рис. 1.5.1, б). Разложив это напряжение на две составляющие — нормальную и касательную, получим *нормальное* ( $\sigma$ ) и *касательное* ( $\tau$ ) напряжения:

$$\sigma = p \cdot \sin \alpha; \quad \tau = p \cdot \cos \alpha.$$

Зная их, легко найти полное напряжение, действующее на рассматриваемой площадке  $dF$ :

$$p = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2}. \quad (1.5.4)$$

В дальнейшем все вопросы, касающиеся определения напряжения, сводятся к определению его составляющих: нормального напряжения  $\sigma$ , стремящегося оторвать частицу от частицы или сблизить их, и касательного напряжения  $\tau$ , стремящегося сдвинуть частицы относительно друг друга по плоскости сечения.

Рассмотренный выше метод сечений применим для определения любых внутренних силовых факторов  $N$ ,  $Q_y$ ,  $Q_z$ ,  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_z$ , с которыми мы будем встречаться при изучении курса.

## 1.6. Виды деформаций

В сопротивлении материалов изучаются следующие основные виды деформаций: растяжение (сжатие), сдвиг (срез), смятие, кручение и изгиб. Рассматриваются и комбинации этих простых деформаций: изгиб с кручением, кручение и растяжение и т. д.

*Растяжению* или *сжатию* обычно подвергаются стержни или стойки, вдоль осей которых действуют растягивающие или сжимающие продольные внешние силы (рис. 1.6.1). При этом происходит поступательное перемещение поперечных сечений стержня, т. е. стержень удлиняется или укорачивается. Изменение  $\Delta l$  (первоначальной длины стержня) называется *абсолютным удлинением* при растяжении (*абсолютным укорочением* при сжатии).

Отношение абсолютного удлинения (укорочения)  $\Delta l$  к первоначальной длине  $l$  стержня называется *относительным удлинением* и обозначается буквой  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon = \Delta l / l \cdot 100\%. \quad (1.6.1)$$

На растяжение или сжатие работают многие элементы конструкций: различные колонны, шахтовая крепь, штоки машин, стержни форм, тросы подъемных машин.

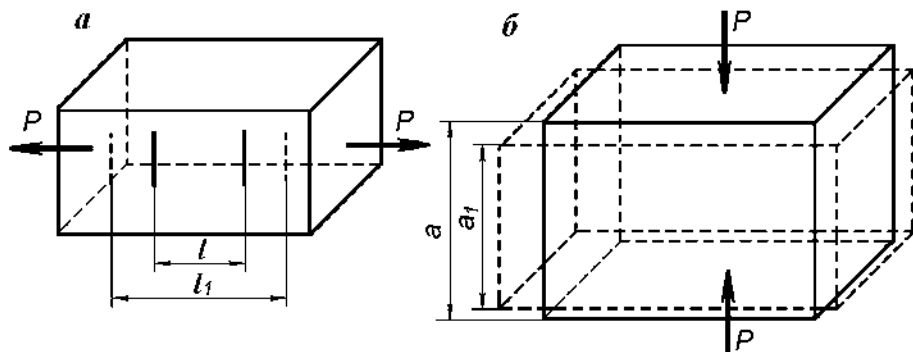


Рис. 1.6.1

В поперечных сечениях стержня при этом возникают нормальные напряжения  $\sigma$ , которые находятся из выражения:

$$\sigma = N / F. \quad (1.6.2)$$

При этом предполагается, что  $\sigma = \text{const}$  по поперечному сечению стержня.

*Сдвиг*, или *срез*, возникает, когда внешние силы смещают два параллельных плоских сечения одно относительно другого при неизменном расстоянии между ними.

Хорошей иллюстрацией этого вида деформации может служить работа гильотинных ножниц при резке листового металла (рис. 1.6.2).

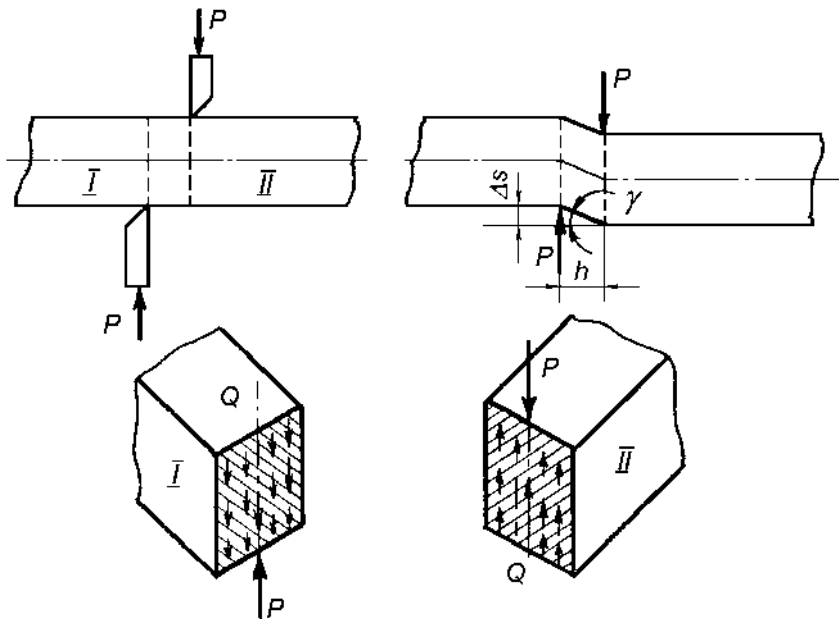


Рис. 1.6.2

Величина смещения  $\Delta S$  называется *абсолютным сдвигом*. Отношение абсолютного сдвига  $\Delta S$  к расстоянию  $h$  между сдвигающимися плоскостями (дает  $\operatorname{tg} \gamma$ ) называется *относительным сдвигом*. Вследствие малости угла  $\gamma$  при упругих деформациях его тангенс принимается равным углу перекоса рассматриваемого элемента.

Следовательно, относительный сдвиг

$$\gamma = \Delta S / h. \quad (1.6.3)$$

При сдвиге в сдвигающихся плоскостях действуют касательные напряжения, которые находятся по формуле

$$\tau = Q / F, \quad (1.6.4)$$

где  $Q$  — равнодействующая внутренняя сила упругости, противодействующая внешней силе;

$F$  — площадь поперечного сечения пластины.

Предполагается, что касательные напряжения по сечению распределяются равномерно. На сдвиг или срез работают, например, заклепки и болты, скре-

появляющиеся элементы, которые внешние силы стремятся сдвинуть относительно друг друга.

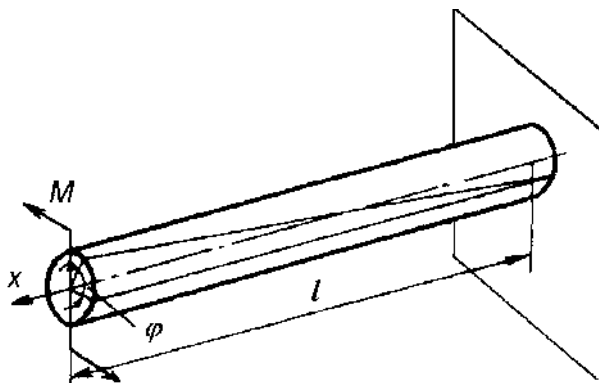


Рис. 1.6.3

*Кручение* возникает при действии на стержень внешних сил, образующих момент относительно оси стержня (рис. 1.6.3). Деформация кручения сопровождается поворотом поперечных сечений стержня относительно друг друга вокруг его оси  $x$ . Угол поворота одного сечения стержня относительно другого, находящегося на расстоянии  $l$ , называется углом закручивания на длине  $l$ . Отношение угла закручивания  $\varphi$  к длине  $l$  называется относительным углом закручивания:

$$\Theta = \varphi / l. \quad (1.6.5)$$

В поперечных сечениях круглого стержня действуют касательные напряжения, которые могут быть найдены как:

$$\tau = M / W_p, \quad (1.6.6)$$

где  $M$  — крутящий момент, возникающий в поперечном сечении круглого стержня в результате действия на стержень внешнего крутящего момента;

$W_p = 0,2d^3$  — полярный момент сопротивления круглого поперечного сечения стержня.

На кручение работают валы, шпиндели различных металлорежущих станков и т. п.

*Деформация изгиба* (рис. 1.6.4) заключается в искривлении оси прямого стержня или в изменении кривизны кривого стержня. Деформация изгиба прямолинейных стержней характеризуется углом поворота сечений  $\varphi$  и прогибом  $u$ .



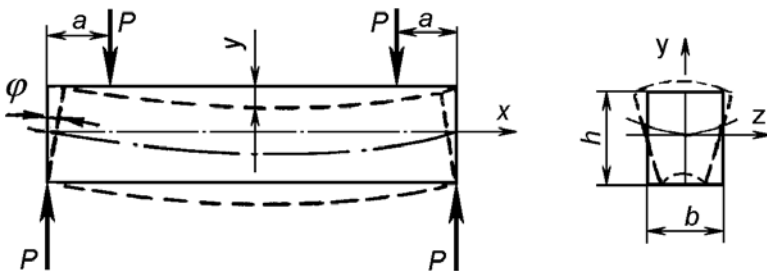


Рис. 1.6.4

В поперечных сечениях стержня или балки возникают нормальные и касательные напряжения, которые определяются по формулам:

$$\sigma = M_{\text{из}} y / I_z, \quad (1.6.7)$$

где  $M_{\text{из}}$  — изгибающий момент в рассматриваемом поперечном сечении, Нм;

$y$  — расстояние до рассматриваемого волокна балки, м;

$I_z$  — осевой момент инерции поперечного сечения стержня,  $\text{м}^4$ ;

$$\tau = \frac{QS_{\text{отс}(z)}}{bI_z}, \quad (1.6.8)$$

где  $Q$  — поперечная сила, действующая в рассматриваемом сечении;

$S_{\text{отс}(z)}$  — статический момент отсеченной части рассматриваемого сечения балки,  $\text{м}^3$ ;

$b$  — ширина деформируемой балки в рассматриваемой точке сечения, м;

$I_z$  — осевой момент инерции поперечного сечения балки,  $\text{м}^4$ .

На изгиб работают многие детали машин (оси, валы, зубья шестерен, рессоры, рычаги и т. п.) и сооружений (монтажные перекрытия, фундаменты, пролеты мостов и т. п.).

На практике редко встречаются простые виды деформаций, которые нами рассмотрены, обычно они комбинированы, однако знание проявления простых деформаций и использование принципа суперпозиций (принцип независимости действия сил) позволяет вести расчеты и при сложных деформациях.

## 1.7. Гипотезы, применяемые в науке о сопротивлении материалов

Для построения теории сопротивления материалов принимают некоторые гипотезы относительно структуры и свойства материалов, а также о характере деформаций. Приведем основные из них.

- *Гипотеза о сплошности материала.* Предполагается, что материал сплошь заполняет форму тела. Атомистическая теория дискретного строения вещества во внимание не принимается.
- *Гипотеза об однородности и изотропности.* Материал предполагается однородным и изотропным, т. е. в любом объеме и в любом направлении свойства материала считаются одинаковыми. Хотя кристаллы, из которых состоят металлы, анизотропны, их хаотическое расположение дает возможность считать макрообъемы металлов изотропными. При ярко выраженной анизотропии, например, для древесины или армированных материалов, свойство изотропности неприемлемо.
- *Гипотеза о малости деформаций.* Деформации малы по сравнению с размерами деформируемого тела. На этом основании при деформации пренебрегают изменениями в расположении внешних сил относительно отдельных частей тела и уравнения статики составляют для недеформируемого тела. Малые деформации рассматриваются как бесконечно малые величины в математическом анализе. Если в каком-либо уравнении есть слагаемые с произведениями деформаций и слагаемые с деформациями во второй и большей степени, то их отбрасывают как величины высшего порядка малости.
- *Гипотеза о совершенной упругости материала.* Все тела предполагаются абсолютно упругими. В действительности абсолютно упругих тел не существует. Реальные тела обладают упругостью только до определенных величин нагрузок.
- *Гипотеза о линейной зависимости между деформациями и напряжениями.* Предполагается, что при деформировании большинства материалов справедлив закон Гука, вызывающий прямую пропорциональность между деформациями и нагрузками. При растяжении или сжатии стержня закон Гука записывается в виде

$$\sigma = E \varepsilon, \quad (1.7.1)$$

а при деформации сдвига как

$$\tau = G \gamma, \quad (1.7.2)$$

где  $E$  и  $G$  — модули продольной и поперечной упругости материала, МПа;  
 $\varepsilon$  и  $\gamma$  — относительные продольная и поперечная деформации.

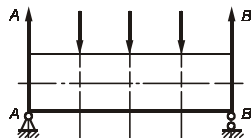
- *Гипотеза плоских сечений.* Сечения, перпендикулярные оси стержня и плоские до деформации, остаются плоскими и перпендикулярными оси стержня после деформации.

Перечисленные выше гипотезы позволяют решать широкий круг задач по расчету на прочность, жесткость и устойчивость. Результаты расчетов хорошо согласуются с практикой, если деформации элементов конструкций не выходят за упругую зону. Решение задач, связанных с пластическими деформациями, требует особого подхода и рассматривается в теориях пластичности и ползучести.

## 1.8. Контрольные вопросы

1. Кто является первым автором книги по сопротивлению материалов?
2. Назовите выдающихся русских ученых в области прочности материалов.
3. Кто является автором фундаментальной теории "Развитие трещины"?
4. Какие задачи решает наука о сопротивлении материалов?
5. Изложите основные требования при проектировании машин и сооружений.
6. Как классифицируются нагрузки, действующие на части машин и сооружений?
7. Что называется брусом, пластинкой, оболочкой и массивным телом?
8. Какие основные виды деформаций вызываются внешними силами?
9. Объясните смысл метода сечений.
10. Какие внутренние силовые факторы возникают в сечении тела?
11. Что называется напряжением? Какова у него размерность?
12. Какое напряжение называется нормальным и какое касательным?
13. Как выражается размерность напряжения в системе СИ и в технической системе?
14. Какие деформации относятся к простым?
15. Какие гипотезы используются при изучении курса "Сопротивление материалов"?

## Глава 2



# Геометрические характеристики плоских сечений

На деформацию и напряжение твердого тела существенно влияет форма его поперечного сечения. Поэтому в данной главе рассматриваются основные геометрические характеристики поперечных сечений объекта, определяющие сопротивление различным видам деформации без учета его физических свойств. К ним относятся площади поперечных сечений, статические моменты, моменты инерции и моменты сопротивления.

## 2.1. Статические моменты площади. Центр тяжести площади

Рассмотрим поперечное сечение бруса в системе координат  $zOy$  (рис. 2.1.1). Выделим элементарную площадку  $dF$  координатами  $z$  и  $y$ . Используя известную из теоретической механики теорему о моменте силы относительно оси, можно составить выражение и для момента площади относительно оси, который называется статическим моментом.

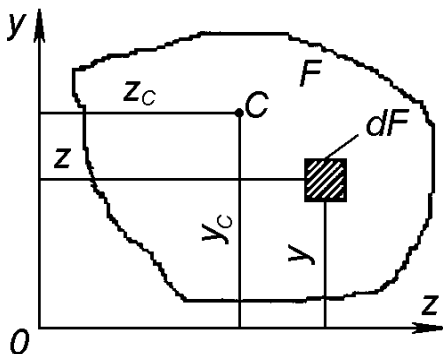


Рис. 2.1.1

Таким образом,

$$dS_z = y dF; \quad dS_y = z dF.$$

Просуммировав эти произведения по всей площади фигуры, получим соответственно статические моменты относительно осей  $z$  и  $y$ :

$$S_z = \int_F y dF; \quad S_y = \int_F z dF. \quad (2.1.1)$$

Статические моменты имеют размерность  $m^3$  или производные  $mm^3$ ,  $cm^3$ .

Если предположить, что  $z_c$  и  $y_c$  — координаты центра тяжести (ц. т.) фигуры, то на основании теоремы о моменте равнодействующей статические моменты можно представить в виде

$$S_z = F y_c; \quad S_y = F z_c, \quad (2.1.2)$$

где  $F$  — площадь поперечного сечения.

Отсюда

$$y_c = S_z / F; \quad z_c = S_y / F. \quad (2.1.3)$$

Из выражения (2.1.3) следует, что если оси проходят через ц. т. сечения ( $y_c = 0$ ;  $z_c = 0$ ), то статические моменты относительно них равны нулю.

Для вычисления статических моментов сложных фигур их разбивают на простые части (рис. 2.1.2), для каждой из которых известны площадь  $F_i$  и положение ц. т. ( $z_i$ ;  $y_i$ ).

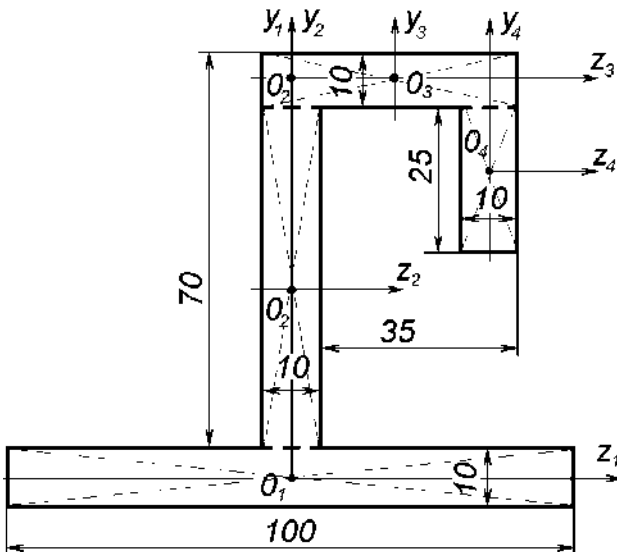


Рис. 2.1.2

Статический момент площади всей фигуры относительно данной оси определяется как сумма статических моментов каждой части:

$$S_z = F_1 y_1 + F_2 y_2 + \dots + F_n y_n = \sum_{i=1}^n F_i y_i;$$

$$S_y = F_1 z_1 + F_2 z_2 + \dots + F_n z_n = \sum_{i=1}^n F_i z_i. \quad (2.1.4)$$

Для определения ц. т. фигуры, показанной на рис. 2.1.2, разбиваем ее на четыре прямоугольника. За начальные оси принимаем  $z_1, y_1$ . Результаты вычислений приведем в табл. 2.1.1.

Таблица 2.1.1

Часть фигуры	Площадь участка $F_i$ , см <sup>2</sup>	Координаты ц. т. участка в системе $y_i, z_i$ , см		$F_i y_i$ , см <sup>3</sup>	$F_i z_i$ , см <sup>3</sup>	$z_c, y_c$ , см
		$y_i$	$z_i$			
1	1000	0	0	0	0	–
2	700	40	0	28 000	0	–
3	350	70	22,5	24 500	7875	–
4	250	52,5	35	13 125	8750	–
Для всей фигуры	2300	–	–	65 625	16 625	$z_c = 7,2$ $y_c = 28,5$

По формулам (2.1.4) легко найти координаты ц. т. сложной фигуры:

$$y_c = \frac{S_z}{F} = \frac{\sum_{i=1}^n F_i y_i}{\sum F_i}; \quad z_c = \frac{S_y}{F} = \frac{\sum_{i=1}^n F_i z_i}{\sum F_i}. \quad (2.1.5)$$

## 2.2. Моменты инерции плоских фигур

Для определения деформаций и напряжений в каком-либо сечении стержня или балки приходится использовать моменты инерции плоских фигур. Для полной геометрической характеристики плоского сечения необходимо знать три типа моментов инерции: осевой, или экваториальный, полярный и центробежный.